Aufgabe 703

(KA) Berechnen Sie die Lage der Ebene und der Geraden durch A und B. Versuchen Sie dazu den Schnittpkt. zu berechnen.

a$_2$) $x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3,\ A(1;1;0),\ B(1;3;1)$;
b$_2$) $2x_1 - x_2 - x_3 =$-2, $A(-1;2;-2),\ B(0;1;1)$;
c$_2$) $3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2,\ A(1;1;1),\ B(4;2;-1)$;
d$_2$) $x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3,\ A(3;5;-5),\ B(2;3;-2)$;
e$_2$) $2x_1 - x_2 - x_3 = 0,\ A($-1;1;-3$),\ B(0;1;-1)$
$\boxed{\text{f}_2}$) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0,\ A(1;3;3),\ B(0;1;2)$;
g$_2$) $4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 5,\ A(3;2;1),\ B(4;2;4)$;
h$_2$) $3x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 5,\ A(4;2;3),\ B(7;8;0)$;
i$_2$) $x_2 + x_3 = 2,\ A(1;2;0),\ B(9;-2;4)$;

j) Liegt der Schnittpunkt von E und g_{AB} zwischen A und B?

a) $1x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3$ $\quad \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= 1+2t \\ x_3 &= t \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} 1-2(1+2t)+4t &= 3 \\ -1 &= 3 \end{aligned} \quad \Rightarrow g \parallel E$$

Aufgabe 705

a$_e$) Wir wollen einen (algebraischen) Algorithmus finden, der alle Lagen von Geraden und Ebenen entscheidet. Dieser gliedert sich in die drei Phasen: Definitionsphase, Rechnungsphase und Interpretationsphase. Beschreiben Sie, was Sie in den Ag 702 und 703 gemacht haben.
b$_e$) Suchen Sie einen (geometrischen) Alg. der alle Lagen von Geraden und Ebene entscheidet.

Definitionsphase

Sei $E: ax_1 + bx_2 + cx_3 = e$ $\quad g: \vec{x} = \vec{p} + t\cdot\vec{r}$

abc dürfen nicht gleichzeitig 0 sein $\left[\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix} \neq \vec{0}\right]$

Rechnung

① Stelle g komponentenweise dar...

② Setze g in E ein. Man erhält eine Gleichung mit der unbekannten t.

③ Forme diese Gleichung um, bis sie von der Form $a\cdot t = b$ ist

Interpretation

Falls $a = 0$ $\quad b \neq 0$ $\Rightarrow$ g, E sind echt $\parallel$

Falls $a = 0$ $\quad b = 0$ $\Rightarrow$ $g \subseteq E$ Teilmenge

" $\quad a \neq 0$ $\Rightarrow$ g schneidet E

Aufgabe 707

Spurpunkte:$_e$ Gegeben sei die Ebene $E : x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$. Die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen heißen Spurpunkte. Berechnen Sie die Spurpunkte von E. Zeichnen Sie diese in ein Achsenkreuz und verbinden Sie sie. Was erhalten Sie?

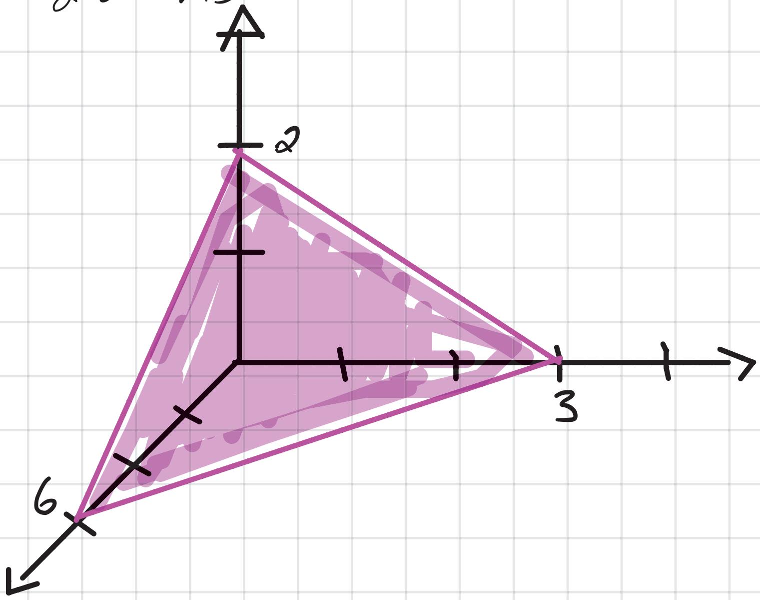
$E: x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$

x_1 Achse $\quad \vec{x} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

x_1 Achse $\quad t + 0 + 0 = 6 \Rightarrow t = 6 \qquad S_1(6/0/0)$

x_2 Achse $\quad 0 + 2t + 0 = 6 \Rightarrow t = 3 \qquad S_2(0/3/0)$

$S_3(0/0/2)$



Aufgabe 709

Schnitt E mit E:$_e$ Sei $E_1 : x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$ und $E_2 : x_1 + x_2 + x_3 = 2$. Schneiden Sie E_1 und E_2. Interpretieren Sie dazu E_1 und E_2 als LGS vom Typ 3Gl 2Unbe.

Stufenform

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \quad \xrightarrow{\cdot 1} \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$

$x_1 + x_2 + x_3 = 2 \quad \xrightarrow{\cdot(-1)} \quad -x_1 - x_2 - x_3 = -2$

$x_2 + 2x_3 = 1 \Rightarrow x_2 = 1 - 2x_3$

$x_2 = 1 - 2t$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$

$x_2 + 2x_3 = 1$

Sei $x_3 = t$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \iff x_1 + 2(1 - 2t) + 3t = 3$

$\iff x_1 + 2 - 4t + 3t = 3$

$\iff x_1 = 1 + t$

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1+t \\ 1-2t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$