① a)

i) - Die Amplitude a, die maximale senkrechte Auslenkung ist 3.
- Die Funktion ist nicht nach links oder rechts verschoben, sodass ein Wendepunkt die y-Achse schneidet.

- Alle Wendestellen liegen auf der Geraden $y=-1$ weil die Funktion um -1 nach unten verschoben wurde

- die Periode ist π, also der Abstand von einem Hochpunkt zum nächstgelegenen Hochpunkt. ($p=\frac{2\pi}{b}$, $b=2$)

- weil die Amplitude ein negatives Vorzeichen hat, hat der Graph von f im Ursprung nur einen Abwärtspunkt. = Pkt mit $f'<0$

ii) - nicht Abbildung 2 → nicht um 1 nach unten ~~gesc~~ verschoben
- nicht Abbildung 1 → nicht an x-Achse gespiegelt
- nicht Abbildung 4 → Periode größer als π

Graph aus Abbildung 3, da dieser um eine Einheit nach unten verschoben ist, einen $-\sin$ darstellt, die Amplitude 3 hat und die Periodendauer π hat.

iii) $F(x)=\int(-3\sin(2x)-1)\,dx = \frac{3\cos(2x)}{2} - x$

iv) $f'(x) = -6\cos(2x)$

Achsensymmetrie y-Achse: $f'(-x) = f'(x)$

$f'(x) = -6\cos(2x)$

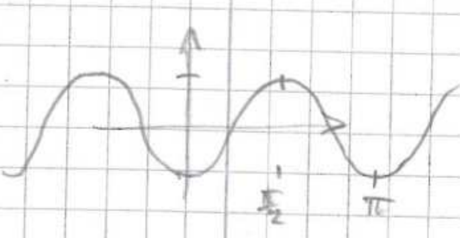
$f'(-x) = -6\cos(-2x)$ =

$\hookrightarrow f'(-x) = -6\cos(2x)$

es gilt aus Symmetriegründen:

$\cos x = \cos -x$

⇒ Achsensymmetrie zur y-Achse



Das Schaubild hat auch noch folgende anderen Symmetrieen, diese müssen aber im Abitur nicht erkannt werden:

Achsensymmetrie zu den Achsen $x=\frac{k\pi}{2}$ für alle $k \in$ ganze Zahlen

nicht punktsymmetrisch zum Ursprung, aber ps zu den Punkten $(\frac{k\pi}{4} | 0)$ (für $k \in$ ungerade Zahlen und nicht 0)

b) $a=3 \quad p=3\cdot\frac{\pi}{3}=\pi \quad b=\frac{2\pi}{p}=\frac{2\pi}{\pi}=2$ ✓

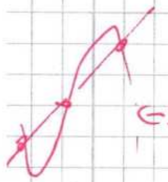
$\Rightarrow y=a\sin(b(x-c))+d$ → Graph wurde nicht um $(c|d)$ verschoben, sondern nur an x-Achse gespiegelt $\Leftrightarrow a=-3$

$\Rightarrow g=-3\sin(2x)$ ✓

ii) Es gilt $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx=-3$. Der Graph hat hier seinen Tiefpunkt, da er bei π die x-Achse wieder schneidet gilt $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$, d.h. $2\cdot 3=-6$, danach verläuft der Graph wieder über der x-Achse, der Flächeninhalt ist also periodisch aber immer ~~ge~~ noch gleich groß wie im $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx$, da sin eine periodische Funktion ist, daraus folgt dass $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}=3$

$\Leftrightarrow \int_0^{\frac{3\pi}{2}} g(x)\,dx=-3+-3+3=-6$

c) i) Da der Graph von g ebenfalls durch den Ursprung verläuft, ist ein Schnittpunkt mit der Ursprungsgerade sicher. Zudem schneidet die Ursprungsgerade K_g zweimal für $x>0$ (links und rechts vom Hochpunkt). Aufgrund der Punktsymmetrie muss die Ursprungsgerade K_g somit auch den zugehörigen punktgespiegelten Tiefpunkt für $x<0$ zweimal schneiden. Somit ergeben sich insgesamt fünf Schnittpunkte (→ ungerade).


(⇔)

Wegen der Punktsymmetrie gibt es zu jedem Schnittpunkt S1(x1;y1) (x1ungleich 0) einen verschiedenen diametralen Schnittpunkt S2(-x1;-y1).

ii) A3 hebt sich gegen A4 weg und A2 am Punkt (0;-1) gespiegelt ergibt A1.

Damit entspicht der Betrag des Integrals der Fläche des Rechtseckes (-1;0), (1;0), (1;-1); (-1;-1). Das Integral ist negativ, weil die Fläche unter der x-Achse ist.