1) a) i) $P(X<4) = P(X=3) + P(X=2) + P(X=1)$
$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$ ✓

ii) $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 + x_5 \cdot p_5$
$= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{2}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6}$
$= \frac{1}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{6}{6}$
$= \frac{18}{6} = 3$ ✓

b) i) Der Erwartungswert gibt den Durchschnitt / die durchschnittliche Zahl an, die zu erwarten ist wenn ein Experiment / das Werfen mit den Würfel oft durchgeführt. Der Erwartungswert kann auch ein Wert sein den die Zufallsvariable gar nicht annimmt, wie in diesem Fall $E(X)=3$. Gerechnet wird er mit der Formel $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots x_n \cdot p_n$ ✓

ii)

X	1	2	3	4	6
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
Gewinn	0	3	0	0	0

$0 \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \cdot 3 + 0 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{6} = 1$
$\frac{6}{6} = 1$ ✓

$\underline{1 = 1} \Rightarrow$ Das Spiel ist fair.

iii) 8 zu erreichen mit zweimal würfeln:

$P(2,6) + P(4,4) + P(6,2)$

$= \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6}$

$= \frac{2}{36} + \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \underline{\underline{\frac{5}{36}}}$

✓

iv) Der Würfel wird $n=10$ mal geworfen. Erfolg zählt den Wurf einer eins, Misserfolg ist eine andere Zahl als 1 zu würfeln.
Die Wahrscheinlichkeit für eine 1 ist: $p=\frac{1}{6}$, diese bleibt gleich und verändert sich nicht.
Mit der Bernoulli-Kette wird nun beschrieben mit welcher Wahrscheinlichkeit man bei 10 Würfen fünf einsen erhält, d.h. $k=5$

✓

$P(X=5) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot (1-p)^{10-5}$

$P(X=5) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5$

$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

$\Rightarrow$ hier ist $n=10$, $k=5$, $p=\frac{1}{6}$

(1)c) i) Die Aussage ist falsch.

Bei einem Würfel mit 5 Einser und einer Sieben, beträgt der Erwartungswert 2. Die '2' ist aber gar kein mögliches Ergebnis, hat also die Wahrscheinlichkeit 0 und die '1' ist das warscheinlichste Ergebnis

ii) X zählt die Sechser

$X \sim B_{100,\ 1/6}$

$P(X=6) \approx 9 \cdot 10^{-4} = 0{,}0009$ $\quad E(x) = n \cdot p = 16,\overline{6}$

$P(X \leq 6) \approx 0{,}0013$

Da die Wahrscheinlichkeit von 0,0013 für das Ereignis $P(X \leq 6)$ bei 100 Durchführungen zu würfeln sehr gering ist kann davon ausgegangen werden, das der Würfel ~~fa~~ nicht fair ist. Außerdem ist der Erwartungswert bei $16,\overline{6}$. Dieses ~~wert~~ weicht stark ~~ab~~ vom Ergebnis der 6 Sechser ab.