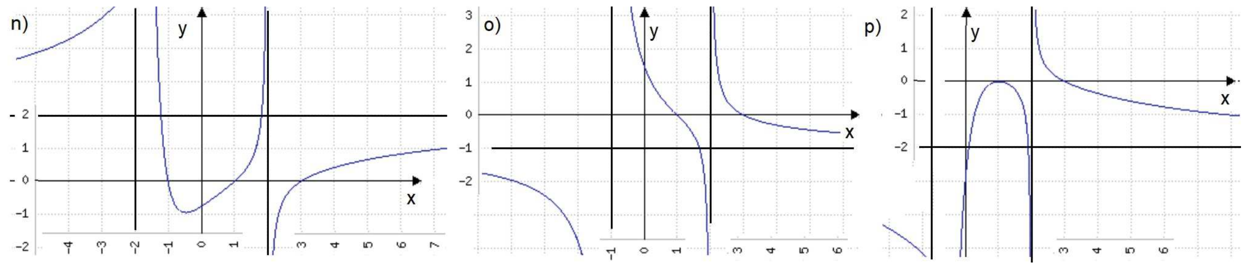

Abb. 64 Gebrochenrationale Funktionen

5.5.4 Gebrochenrationale Funktionen im Wahlteil des Abiturs (KA$_G$)

312. ($\approx$ Abi 2004_3) Das Schaubild der Funktion $f(x) = \frac{x^2-36}{x^2+16}$ stellt für $-6 \leq x \leq 6$ den Querschnitt eines Kanals dar (x in Meter, $f(x)$ in Meter). Die sich anschließende Landfläche liegt auf der Höhe $y = 0$. *Berechnen* Sie, in welcher Entfernung vom Kanalrand ein Kind höchstens stehen darf, damit es bei leerem Kanal die tiefste Stelle des Kanals sehen kann (Augenhöhe 1.00 m)?

313. ($\approx$ Abi 2007) Die Herstellungskosten eines neuen Rheumamittels werden durch eine Funktion f mit $f(x) = \frac{ax+b}{x+5}$, $x \in \mathbb{R}_0^+$ modellhaft kalkuliert. Hierbei gibt $f(x)$ die Kosten in 10000 € für die x-te Produktionseinheit (PE) an, wobei die Einheiten nacheinander produziert werden. Die fünfte PE kostet in der Herstellung 950000 €, die zwanzigste PE kostet nur noch 560000 €.
a_2) Bestimmen Sie a und b.
b_1) *Ber.* Sie, ab der wievielten PE die Herstellungskosten für eine PE geringer als 400000 € sind.
c_3) *Zeigen* Sie, dass die Herstellungskosten für eine PE im Laufe der Zeit sinken.
d_2) *Bestimmen* Sie die Herstellungskosten für eine PE mit der man langfristig rechnen muss?

314. ($\approx$ Abi 2009) Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = 6 - \frac{100}{(x^2-16)^2}$.
a_1) *Geben* Sie sämtliche Asymptoten des Schaubilds von f *an.*
b_1) Wechselt f bei den senkrechten Asymptoten das Vorzeichen? *Begründen* Sie!
c_2) *Zeigen* Sie, dass f genau eine Extremstelle besitzt.

315. ($\approx$ Abi 2010) Auf einem ebenen Gelände befindet sich ein Wall. Das Profil seines Querschnittes wird beschrieben durch die Funktion f mit $f(x) = \frac{120}{x^2+20} - 1$ und $f(x) \geq 0$ (x, $f(x)$ in Meter).
a_1) *Berechnen* Sie, wie breit der Wall (Lärmschutzwall) an seinem Fuß ist.
b_2) *Zeigen* Sie, dass der Wall einen symmetrischen Querschnitt besitzt. **c_2)** Der Wall soll begrünt werden. Um Erosion zu vermeiden, sollte das maximale Gefälle der Böschung nicht größer als 100% sein. *Berechnen* Sie, ob dies beim angegebenen Querschnittsprofil der Fall ist.

316. ($\approx$ Abi 2011) Für jedes $a \neq 0$ ist eine Fktn. f_a mit $f_a(x) = \frac{4}{x^3+4a}$ gegeben. Ihr Schaubild ist K_a.
a_2) *Bestimmen* Sie die maximale Definitionsmenge von f_2.
b_2) *Geben* Sie die Asymptoten von K_2 *an.*
c_2) Das Schaubild K_2 besitzt genau zwei Wendestellen. *Bestimmen* Sie die Wendestellen.
d_2) *Bestimmen* Sie den Punkt Q_a, in dem K_a eine waagrechte Tangente besitzt.
e_3) Auf welcher Kurve liegen alle Punkte Q_a? *Begründen* Sie!

317. ($\approx$ Abi 2014) Dabei die momentane Ankunftsrate der KFZ, die an einem Grenzübergang ankommen soll beschrieben durch die Funktion f mit $f(t) = \frac{1300000 \cdot t}{t^4+30000}$ ($t \geq 0$ in Stunden nach Beobachtungsbeginn, $f(t)$ in Fahrzeuge pro Stunde). Abb 120/65 b) zeigt ihr Schaubild K_f.
a_1) *Bestimmen* Sie, wann ist die momentane Ankunftsrate maximal?
b_2) *Bestimmen* Sie die Anzahl der Fahrzeuge, die in den ersten 6 Stunden ankommen.

Nach Abs: 7.1.15: Am Grenzübergang werden (je nach Auslastung) bis zu 100 $\frac{KFZ}{h}$ abgefertigt.
c_3) *Bestimmen* Sie, wann sich die Fahrzeuge vor dem Grenzübergang zu stauen beginnen.
d_3) *Bestimmen* Sie, wieviele Fahrzeuge sich maximal vor dem Grenzübergang stauen.

e_4) *Bestimmen* Sie, welches Ergebnis man (als Maximum) erhielte, wenn die momentane Abfertigungsrate nach 12 Stunden auf konstant 200 Fahrzeuge pro Stunde erhöht würde.

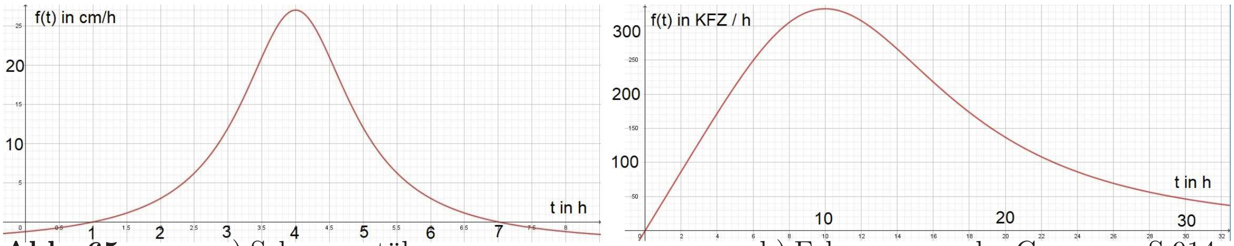

Abb. 65 a) Schneegestöber b) Fahrzeuge an der Grenze → S.914

318. Gegeben sei die Fkt $f(x) = \frac{30}{(x-4)^2+1} - 3$. Abb 65 a) zeigt ihr Schaubild K_f. a_1) *Berechnen* Sie die senkrechten und waagrechten Asymptoten von K_f und die Nullstellen x_1 und x_2 von K_f.
$_{g,Z}$) Wir beginnen um 10.00 Uhr mit der Betrachtung eines Schneegestöbers über dem schneefreien Günter-Späth-Stadion. Dabei beschreibe $f(x)$ im Bereich $f(x) \geq 0$ (x in h nach 10.00 Uhr) die (geschneite) Schneemenge pro Stunde in $\frac{cm}{h}$. Auf dem Rasen bleibt der Schnee komplett liegen, während auf dem sonnengewärmten Stadionndach $3\frac{cm}{h}$ schmelzen (wenn Schnee liegt).
b_1) *Bestimmen* Sie zwischen welchen Uhrzeiten es schneit.
c_1) *Bestimmen* Sie den Zeitpunkt, an welchem es am stärksten schneit.
d_2) *Begründen* Sie, dass die Schneehöhe auf dem Rasen streng monoton zunimmt.
e_2) I*) *Erläutern* Sie $\int_1^4 f(t)dt \approx 28.47$ im Aufgabenkontext.
f_2) I*) *Bestimmen* Sie, wie hoch der Schnee auf der Wiese etwa um 20.00 Uhr liegt.
g_3) *Bestimmen* Sie, ab wann der Schnee auf dem Dach liegen bleibt und nicht sofort wieder schmilzt.
h_3) *Bestimmen* Sie, wann die Schneehöhe auf dem Dach maximal ist, I*) wie hoch der Schnee dann liegt und wann der Schnee auf dem Dach wieder komplett geschmolzen ist.

319. (**Minimalanforderung** UE 11_4): a) Führen eine vollständige Funktionsuntersuchung (MADNESS) ohne Wendepunkte bei den folgenden Funktionen durch:
i) $f_1(x) = \frac{2x-2}{x+2}$, ii) $f_2(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$, iii) $f_3(x) = \frac{x}{x^2+1}$, iv) $f_4(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$,
b) Skizzieren Sie das Schaubild der Funktionen aus Teil a) (ohne GTR) nur mit Verwendung der Nullstellen, Asymptoten und mit einem gerechneten Punkt (hier: y-Achsenabschnitt).
c) Gegeben seien die Funktionsgraphen aus Abb. 66 gebrochenrationaler Funktionen. Betrachten Sie deren Nullstellen und deren Asymptoten und geben Sie deren Funktionsterm an.

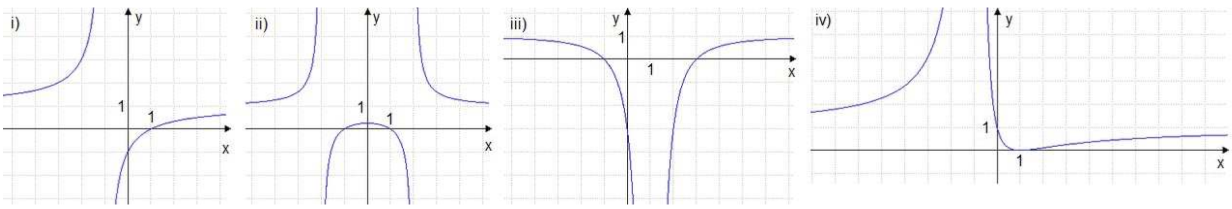

Abb. 66 Gebrochenrationale Funktionen

Zum PT einer KA gehören noch 160/428, 31/67, 38/115d, 179/472, 180/478, 181/483, 183/494

5.6 Einführende Definitionen

5.6.1 Definition: Abbildung, Urbild

Seien $\mathbb{D}$ und $\mathbb{W}$ Mengen. Eine Zuordnung, für welche gilt: jedem $x \in \mathbb{D}$ wird genau ein $y \in \mathbb{W}$ zugeordnet, heißt **Abbildung** oder **Funktion**. Wir schreiben f:$\mathbb{D} \to W$; $f(x) = y$ und meinen: Dem Element $x \in \mathbb{D}$ wird das Element $y \in \mathbb{W}$ zugeordnet. $\mathbb{D}$ heißt **Urbildmenge** oder **Definitionsbereich**, $\mathbb{W}$ heißt **Wertebereich**. Wir definieren die Menge $\mathbb{B} = f(\mathbb{D}) = \{y \in \mathbb{W} | \exists x \in \mathbb{D} \text{ mit } f(x) = y\}$. Dies ist die Menge aller $y \in \mathbb{W}$, die ein Urbild haben. Diese Menge heißt **Bildmenge** oder **Bild** von f. Allgemein gilt $\mathbb{B} \subseteq \mathbb{W}$.