zeichnen Sie in den markierten Punkten die entsprechenden Tangenten an die Kurve. Schreiben Sie dann neben jeden Punkt die geschätzte ______________ der gezeichneten Tangenten.
b_e) Zeichnen Sie über jedem Punkt $P(x_0|y_0)$ den Punkt $(x_0|$____$)$. Dieser Punkt gehört zur Ableitungsfunktion. (GG) (GG) (GG) ↓ (KA_I)
c_2) Zeichnen Sie so die Ableitungsfunktionen der Funktionsgraphen von Abb. 142/83 b) bis m).

346. (U) a_e) Zeichnen Sie die Ableitungsfkt der Fkt aus Abb. 84. Charakterisieren Sie problematische Pkte. Wann ist eine Fkt differenzierbar (e: *differentiable*)? b_4) Wie lauten deren Funktionsterme?

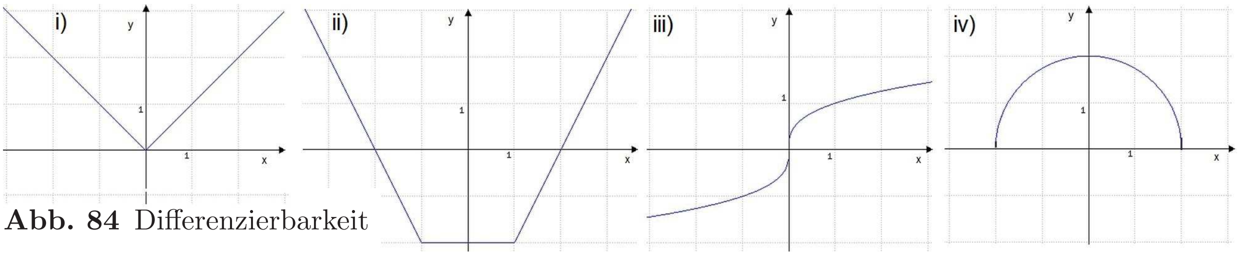

Abb. 84 Differenzierbarkeit

6.1.12 Aufgaben zu Tangenten und Normalen aus dem Abitur (KA_G)

347. Der Graph der Funktion $f(x) = 1 - \frac{x^2}{4}$ ($x \in [-2; 2]$) stellt eine Bergkuppe dar, auf dessen höchstem Punkt $S(0|1)$ ein Baum steht. Für $x > 2$ sei der Erdboden die $x-$Achse. Am Fuße des Berges im Punkt $P(2|0)$ sitzt eine Hase. Sein Auge befindet sich genau im Punkt $A(2|0.25)$. Wie groß muss der Baum mindestens sein, damit ihn der Hase sieht?

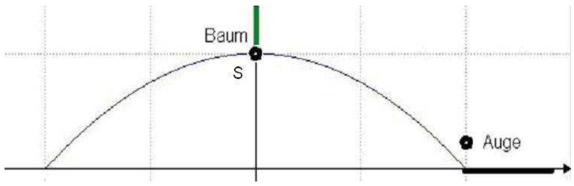

Abb. 85 Sieht der Hase den Baum?

348. (BD ≈ Abi 2012) Abb. 86 a zeigt den Verlauf einer Umgehungsstraße zur Entlastung der Ortsdurchfahrt AB einer Gemeinde. Das Gemeindegebiet ist kreisförmig mit dem Mittelpunkt M und dem Radius 1,5 km. Die Umgehungsstraße verläuft durch die Punkte A und B und wird beschrieben durch die Funktion $f(x)$ mit $f(x) = -0.1x^3 - 0.3x^2 + 0.4x + 3.2$; 1 LE = 1 km.

(GG) $\mathbf{a_2}$) Zeigen Sie, dass die Umgehungsstraße im Punkt A ohne Knick in die Ortsdurchfahrt einmündet (BAg 141/339) (Basisformeln: 56, 58). ↓ (BAg 141/340)

$\mathbf{b_2}$) In welchem Punkt der Umgehungsstraße fährt ein Fahrzeug parallel zur Ortsdurchfahrt AB?

$\mathbf{c_3}$) Im Punkt $P(1|3.6)$ befindet sich eine Windkraftanlage. Ein Fahrzeug fährt von B aus auf der Umgehungsstraße. Von welcher Stelle der Umgehungsstraße aus sieht der Fahrer die Windkraftanlage genau in Fahrtrichtung vor sich (BAg 141/342)?

349. (BD ähnlich Abi 2013; siehe Ag 163/436) Der Querschnitt eines Bergstollens wird beschrieben durch die x-Achse und den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 4.5 - \frac{x^2}{2}$, 1 LE entspricht $1m$.
a_2) Wie hoch und wie breit ist der Stollen? Welchen Winkel schließen die Wände an den Fußpunkten mit der Horizontalen ein?

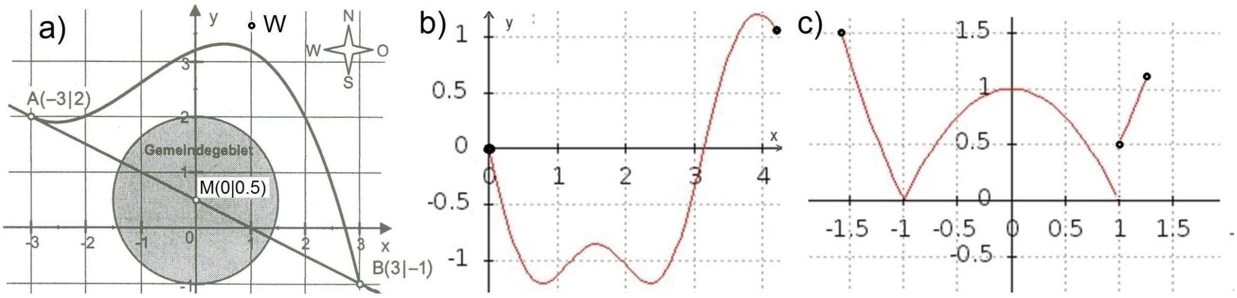

Abb. 86 a) Umgehungsstraße b) Funktion mit Extremata c) Unstetige Funktion

b$_4$) (GG$_{09}$) Im Stollen soll in $3m$ Höhe eine Lampe (mittig) aufgehängt werden. Aus Sicherheitsgründen muss die Lampe mindestens 1.45 m von den Wänden entfernt sein. Überprüfen Sie, ob dieser Abstand eingehalten werden kann (BAg 141/339).

350. ($\approx$ Abi 2016) a$_1$) (GG$_{10}$) Sei K ein Kreis, B ein Punkt auf K und t die Tangente durch B an K. Sei n die Orthogonale zu t durch B: Welcher Punkt des Kreisinneren liegt dann sicher auf n?
b$_1$) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}$. Welche Symmetrie hat K_f?
c$_{4,f}$) Es gibt einen Kreis, der K_f in dessen Schnittpunkten mit der x-Achse berührt. Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts des Kreises.
d$_3$) (aus IQB Fundus) Sei $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$: $f(x) = b - \frac{a^2}{x^2}$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und sei $g(x) = x^2$. Untersuchen Sie, welche Beziehung zwischen a und b bestehen muss, damit damit K_f K_g berührt.
e$_3$) Sei $f_a(x) = -ax^2 + 2ax + 1$ $(a \neq 0)$; untersuchen Sie, welche Beziehung zwischen a_1 und a_2 $(a_1 \neq a_2)$ bestehen muss, damit sich K_{a_1} und K_{a_2} senkrecht schneiden.
f$_2$) (= Abi 2018) Für jedes $a > 0$ ist eine Funktion f_a mit $f_a(x) = -ax^4 + 4ax^2$ gegeben.
i) Begründen Sie, dass der Graph von f_a achsensymmetrisch zur $y-$Achse ist.
ii) Zeigen Sie, dass die Nullstellen der Funktion f_a unabhängig von a sind.

351. (f) **Minimalanforderungen UE 10_3 Differenzialrechnung**:
a)* (nicht JRA) Sei $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$. Berechnen Sie $f'(x)$ mit Hilfe der h Methode. (F 54)
b) Sei $f_2(x) = x^3+3x^2+3x+1$. Berechnen Sie die Tangenten in den Punkten P_1(-1|?) und P_2(1|?).
c) Sei $f_3(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x$. Welche Tangenten von f gehen durch $P(3|6)$? (b-e: F 56, F 57, F 58)
d) In welchem Punkt ist die Tangente von $f_3(x)$ parallel zur Geraden $y = -2x + 4$?
e) Weisen Sie nach, dass sich die Schaubilder von $f(x)$ =-$x^2 + 2x$ und $g(x) = x^2$-$6x + 8$ berühren.

6.2 Extremwertprobleme (UE 10_6) Sd10: S. 13,14

Basisformeln: F 5, F 19, F 21, F 29, F 44, F 46, F 56, F 57, F 58.

6.2.1 Extremwerte → 6.7.2 LS10: 104-106 + KS$_{17}$: 26 + EM6: 184 + LS11: 161-162

352. (U) Lesen Sie alle globalen und lokalen Maxima und Minima der Funktionsgraphen aus Abb. 86b ab. Klassifizieren Sie die Extrempunkte (e: *extreme points*) nach **a$_e$)** Minimum/Maximum; **b$_e$)** global/lokal (Jedes ________ Extremum ist auch ________) **c$_e$)** Rand / _______ Extrema. **d$_e$)** Welche Eigenschaft haben die inneren Extrema aus Teil c) (Tipp: T____________) (e: *stationary point*)? **e$_4$)** Klassifizieren Sie die Extrema aus Abb. 86c.

353. Berechnen Sie die lokalen Extrempunkte von a$_1$) $f(x) = x^2 - 2x$, b$_1$) $f(x) = 2x - 0.5x^2$, c$_1$) $f(x) = x^3 - 3x$, $\boxed{\mathbf{d}_1}$) $f(x) = x^2 - \frac{x^3}{3}$, e$_2$) $f(x) = 2x^2 - \frac{x^4}{4}$, f$_2$) $f(x) = \frac{x^4}{8} - 0.5x^3$.
g) Welches Schaubild aus Abbildung 87 gehört zu welcher Funktion?

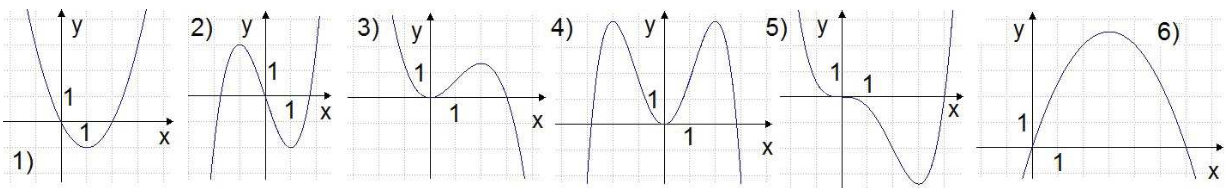

Abb. 87 Schaubilder von Aufgabe 353

6.2.2 Klassifikation von Extremwerten (GFS) LS11: S. 163-168

354. (U) a$_1$) Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x^4}{8} - x^2$. Füllen Sie die Tabelle aus Abbildung 88 aus.
b$_e$) Wie können Sie die Extremwerte mit Hilfe von $f'(x)$ klassifizieren **(Formel 68)** ?