i$_e$) Gilt $(\vec a\times\vec b)\cdot\vec c=(\vec b\times\vec a)\cdot\vec c$? Wie ändert sich der Wert, wenn man $\vec a$, $\vec b$ und $\vec c$ beliebig vertauscht?

j$_r$) $(\vec a\times\vec b)\cdot\vec c=\_(\vec b\times\vec c)\cdot\vec a=\_(\vec c\times\vec a)\cdot\vec b=\_(\vec a\times\vec c)\cdot\vec b=\_(\vec c\times\vec b)\cdot\vec a=\_(\vec b\times\vec a)\cdot\vec c$ (z__________).

729. (U) (KA$_f$) Ber. Sie das Volumen einer Pyramide mit dreieckiger Grundfläche und den Eckpunkten
a$_2$) $A(1|1|1)$, $B(2|1|2)$, $C(3|2|4)$, $D(-1|-1|3)$; b$_2$) $A(0|1|2)$, $B(3|2|3)$, $C(-1|2|3)$, $D(3|-2|5)$;
$\boxed{\text{c}_2}$) $A(2|2|1)$, $B(6|3|1)$, $C(2|3|3)$, $D(3|2|2)$; d$_2$) $A(0|0|1)$, $B(1|1|1)$, $C(-1|0|2)$, $D(1|2|2)$;

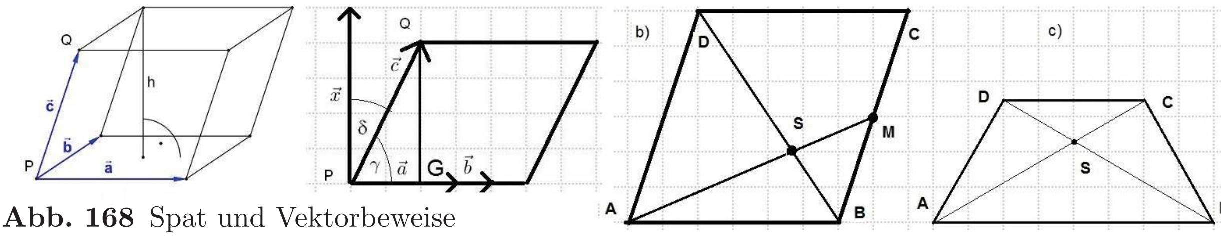

Abb. 168 Spat und Vektorbeweise

730. a$_1$) Untersuchen Sie die l.U. der Vektoren von Aufgabe 725 c und d mit Hilfe des Spatproduktes.
Für welche a sind $\vec a,\vec b$ und $\vec c$ linear abhängig?

b$_3$) $\vec a=\begin{pmatrix}a^2\\2\\3\end{pmatrix}$, $\vec b=\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}$ und $\vec c=\begin{pmatrix}7\\8\\9\end{pmatrix}$; c$_3$) $\vec a=\begin{pmatrix}a\\a\\0\end{pmatrix}$, $\vec b=\begin{pmatrix}1\\a\\a\end{pmatrix}$ und $\vec c=\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}$;

731. **Pyramiden im Abitur:**$_e$ a) ($\approx$ Abi '19) Die Punkte $A(6|6|0), B(2|8|0), C(2|3|5)$ und $S(4|6|10)$ sind Eckpunkte einer dreiseitigen Pyramide. Stellen Sie diese in einem Koordinatensystem dar und berechnen Sie deren Volumen. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E_{ABC}.

b) ($\approx$ Abi '18) i) Ber. Sie das Volumen der Pyramide $A(0|0|15)$, $B(0|30|15)$, $C(\text{-}25|5|15)$, $D(\text{-}10|10|35)$.
ii) (Nach UE 12_4) Welcher Punkt der Strecke D und $F(-5|5|15)$ hat zur Ebene E_{ABC} den Abstand 8?

10.4.5 Die Cramersche Regel → 10.10.11 und 11.3.8 (GFS)

732. (U) Wir betrachten das LGS

$$\begin{pmatrix} 3x_1 & +2x_2 & -x_3 & =7\\ -x_1 & +4x_2 & -2x_3 & =0\\ -5x_1 & +6x_2 & +7x_3 & =3\end{pmatrix}\quad \text{vektoriell: } x_1\begin{pmatrix}3\\-1\\-5\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}-1\\-2\\7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\0\\3\end{pmatrix}$$

verallgemeinert $x_1\vec a+x_2\vec b+x_3\vec c=\vec d$. Ein LGS ist also als Vektorgleichung interpretierbar.
a$_e$) 'Kreuzmultiplizieren' Sie die Vektorgleichung mit $\vec b$. $\vec b\times\vec b=\_$, weil $\vec b$ l______________ ist.
Danach skalarmultiplizieren Sie das Ergebnis mit $\vec c$. $(\vec c\times\vec b)\cdot\vec c=\_$.
Damit ist das LGS (teilweise) ____________.
b$_w$) (Reminder): D__________________ durch einen Vektor (allein) ist v__________________!
c$_2$) Geben Sie eine Formel für x_2 und für x_3 an.
Die Lösung eines LGS kann direkt mit Hilfe von __ Spatprodukten angegeben werden.
d$_2$) Die Formel gilt nicht, falls $(\vec a\times\vec b)\cdot\vec c$ ____.
e$_2$) Welche Aussage können Sie über eindeutige Lösbarkeit von LGS ($3G$ $3U$) machen?
f$_2$) Wenden Sie Ihr Ergebnis auf das obige LGS an.
g$_2$) Stellen Sie das nebenstehende LGS vektoriell dar und berechnen Sie die Lösung mit Hilfe der Cramerregel

$$\begin{pmatrix} x_1 & +2x_2 & -3x_3 & =5\\ 2x_1 & +6x_2 & +3x_3 & =14\\ -3x_1 & +4x_2 & & =5\end{pmatrix}$$

733. $_2$) Berechnen Sie (wenn möglich) die LGS der Aufgaben $\boxed{\text{732 a)}}$, 271/758 c), 273/764 g) sowie 275/771 a) und 771 b) mit Hilfe der Cramerregel.