

Mathematik Online - Übungen Blatt 5

Klasse 8

Blatt 05

Kapitel 4

LGS

Textaufgabe

lineare Gleichungssysteme

Nummer: 31 0 2009010018

Kl: 8X

Grad: 10 Zeit: 20

Quelle: SP 8

W

Aufgabe 5.1.1: Verkürzt man eine Seite eines Rechtecks um 4 cm und verkürzt man die andere um 6 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um 100 cm^2 . Verlängert man die erste Seite um 6 cm und verlängert man die andere Seite um 4 cm, so wächst der Flächeninhalt um 150 cm^2 . Wie groß war der Flächeninhalt des ursprünglichen Rechteckes?

Parameter: x_1 = Länge der ersten Seite x_2 = Länge der zweiten Seite mit $x_2 > x_1$ x_3 = Änderung der ersten Seite mit $x_1 > x_3$ x_4 = Änderung der zweiten Seite mit $x_4 > x_3$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 12$, $x_2 = 13$, $x_3 = 4$ und $x_4 = 6$.**Erklärung:**

Seien a und b die Seiten eines Rechtecks, die um je 5 cm verkürzt werden, dann berechnet sich dessen Fläche als

$$(a - 5) \cdot (b - 5) = ab - 5a - 5b + 25$$

Rechnung:

Es gilt $(a - 4) \cdot (b - 6) = ab - 6a - 4b + 24$. Der Flächeninhalt $a \cdot b$ verringert sich um 100 cm^2 , damit ist

$$-6a - 4b + 24 = -100 \quad \Leftrightarrow \quad 6a + 4b = 124$$

Weiterhin gilt $(a + 6) \cdot (b + 4) = ab + 4a + 6b + 24$. Der Flächeninhalt $a \cdot b$ erhöht sich um 150 cm^2 , damit ist

$$4a + 6b + 24 = 150 \quad \Leftrightarrow \quad 4a + 6b = 126$$

Wir lösen das LGS:

$$\begin{array}{rcl} 6a + 4b & = 124 & - \cdot (-4) \rightarrow -24a - 16b = -496 \\ 4a + 6b & = 126 & - \cdot 6 \rightarrow \quad 24a + 36b = 756 \\ \hline & & 20b = 260 \\ \Rightarrow b & = 13 & \text{und} \quad a = 12 \end{array}$$

Die gesuchte Fläche ist also $a \cdot b = 156$ **Angebotene Lösungen:**

- 60
 64
 1

- $\frac{51}{2}$
 312
 $\frac{25}{2}$

- 48
 120
 156

- 12
 54
 36

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|----------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | 60 | DF: Lösung geraten (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{51}{2}$ | DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 3 | 48 | DF: Lösung geraten (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 4 | 12 | DF: eine Seite angegeben (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 5 | 64 | DF: Lösung geraten (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 6 | 312 | DF: Lösung geraten (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> 7 | 120 | DF: Lösung geraten (FNr 18) |
| <input type="checkbox"/> 8 | 54 | DF: Lösung geraten (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 9 | 1 | DF: Differenz angegeben (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{25}{2}$ | DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 6) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 | 156 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | 36 | DF: Lösung geraten (FNr 9) |

Klasse 8 Blatt 05 Kapitel 4 LGS
 Textaufgabe lineare Gleichungssysteme Nummer: 88 0 2009010019 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: NW 4 W

Aufgabe 5.1.2: Hans findet zwei Rechnungen von einem Autoverleiher.

Rechnung 1: 2 Tage und 60 Kilometer kosten 46 Euro
 Rechnung 2: 6 Tage und 150 Kilometer kosten 123 Euro

Berechen Sie die (laufenden) Kosten pro km.

Parameter:

x_1 = Preis pro Tag
 x_2 = Preis pro Kilometer

x_3 = Anzahl der Tage der ersten Rechnung
 x_4 = Anzahl der km der ersten Rechnung

x_5 = Anzahl der Tage der zweiten Rechnung $x_5 > x_3$
 x_6 = Anzahl der km der zweiten Rechnung $x_6 > x_4$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 0.5$, $x_3 = 2$, $x_4 = 60$, $x_5 = 6$ und $x_6 = 150$.

Erklärung:

Um diese Aufgabe zu Lösen, empfiehlt es sich ein LGS aufzustellen. Sei x der Grundpreis pro Tag und y der Preis pro km, dann folgt aus Rechnung 1: $2x + 60y = 46$.

Rechnung:

Wir stellen folgendes LGS auf:

$$\text{Rechnung 1 : } 2x + 60y = 46 \quad \text{und Rechnung 2 : } 6x + 150y = 123.$$

Wir lösen das LGS:

$$\begin{array}{rcl}
 2x + 60y & = 46 & - \cdot (-6) \rightarrow -12x - 360y = -276 \\
 6x + 150y & = 123 & - \cdot 2 \rightarrow 12x + 300y = 246 \\
 \hline
 & & -60y = -30 \\
 \Rightarrow y & = 0.5 & \text{und } x = 8
 \end{array}$$

Gesucht ist der Preis pro km, also $y = 0.5$.

Angebotene Lösungen:

1 0.6
 2 0.5
 3 1.1

4 123
 5 0.4
 6 46

7 0.1
 8 0.8
 9 0.9

10 0.3
 11 8
 12 0.2

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 0.6 | DF: Lösung geraten (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 2 123 | DF: Preis der zweiten Rechnung angegeben (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 3 0.1 | DF: Lösung geraten (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 4 0.3 | DF: Lösung geraten (FNr 7) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 0.5 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 0.4 | DF: Lösung geraten (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> 7 0.8 | DF: Lösung geraten (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 8 8 | DF: Grundpreis angegeben (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 9 1.1 | DF: Lösung geraten (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 10 46 | DF: Preis der ersten Rechnung angegeben (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 11 0.9 | DF: Lösung geraten (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 12 0.2 | DF: Lösung geraten (FNr 6) |

Klasse 8 Blatt 05 Kapitel 4 LGS
Textaufgabe lineare Gleichungssysteme Nummer: 91 0 2009010020 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: NW 4 W

Aufgabe 5.1.3: (*) Ein Flugzeug fliegt die 600 km von München nach Hamburg mit Rückenwind in $\frac{20}{9}$ Stunden und mit Gegenwind in $\frac{20}{7}$ Stunden. Bestimmen Sie die Windgeschwindigkeit.

Parameter:

x_1 = Geschwindigkeit des Flugzeugs

x_2 = Geschwindigkeit des Windes

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 240$ und $x_2 = 30$.

Erklärung:

Wir rechnen mit $v = \frac{s}{t}$ oder $s = t \cdot v$, wobei sich v als Differenz bzw. Summe aus Flugzeuggeschwindigkeit und Windgeschwindigkeit zusammensetzt.

Rechnung:

Sei f die Geschwindigkeit des Flugzeugs und w die Windgeschwindigkeit. Bei Rückenwind hat das Flugzeug also tatsächlich eine Geschwindigkeit von $f + w$, bei Gegenwind von $f - w$.

Flug mit Rückenwind: $600 = \frac{20}{9} \cdot (f + w)$ und Flug mit Gegenwind: $600 = \frac{20}{7} \cdot (f - w)$.

Wir lösen das LGS:

$$\begin{aligned} \frac{20}{9}f + \frac{20}{9}w &= 600 & - : \frac{20}{9} \rightarrow f + w &= 270 \\ \frac{20}{7}f - \frac{20}{7}w &= 600 & - : \frac{20}{7} \rightarrow f - w &= 210 \\ \hline 2f &= 480 \end{aligned}$$
$$\Rightarrow f = 240 \text{ und } w = 30$$

Gesucht ist die Windgeschwindigkeit $w = 30$.

Angebotene Lösungen:

1 50
 5 15
 9 55

2 240
 6 45
 10 30

3 10
 7 40
 11 25

4 35
 8 $\frac{20}{9}$
 12 20

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|-------------------------------------|----------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 50 | DF: Lösung geraten (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> | 240 | DF: Flugzeuggeschwindigkeit angegeben (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> | 10 | DF: Lösung geraten (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> | 35 | DF: Lösung geraten (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> | 15 | DF: Lösung geraten (FNr 6) |
| <input type="checkbox"/> | 45 | DF: Lösung geraten (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> | 40 | DF: Lösung geraten (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> | $\frac{20}{9}$ | DF: Flugzeit angegeben (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> | 55 | DF: Lösung geraten (FNr 14) |
| <input checked="" type="checkbox"/> | 30 | richtig |
| <input type="checkbox"/> | 25 | DF: Lösung geraten (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> | 20 | DF: Lösung geraten (FNr 7) |

Klasse 8 Blatt 05 Kapitel 4 LGS
Textaufgabe lineare Gleichungssysteme Nummer: 100 0 2009010017 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: SP 8 W

Aufgabe 5.1.4: Ein Rechteck hat einen Umfang von 48 cm. Eine Seite ist um 8 cm länger als die andere Seite. Wie lang ist die Längere der beiden Seiten?

Parameter:

x_1 = Länge der kurzen Seite

x_2 = Länge der langen Seite

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ und $x_2 = 16$.

Erklärung:

Den Umfang eines Rechteckes mit den Seitenlängen a und b berechnet man mit $U = 2a + 2b$.

Rechnung:

Es gilt $2a + 2b = 48$ und $b - a = 8$. Wir lösen das LGS:

$$\begin{array}{rcl}
 2a & + 2b & = 48 \\
 -a & + b & = 8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 - \cdot 1 \rightarrow \\
 - \cdot 2 \rightarrow
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{rcl}
 2a & + 2b & = 48 \\
 -2a & + 2b & = 16
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{rcl}
 \hline \hline \\
 4b & = 64
 \end{array}$$

$\Rightarrow b = 16 \text{ und } a = 8$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|----|-----------------------------|----|-----------------------------|----|-----------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> 1 | 14 | <input type="checkbox"/> 2 | 13 | <input type="checkbox"/> 3 | 48 | <input type="checkbox"/> 4 | 28 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | 16 | <input type="checkbox"/> 6 | 6 | <input type="checkbox"/> 7 | 12 | <input type="checkbox"/> 8 | 8 |
| <input type="checkbox"/> 9 | 11 | <input type="checkbox"/> 10 | 15 | <input type="checkbox"/> 11 | 7 | <input type="checkbox"/> 12 | 10 |

Fehlerinterpretation:

- 14 DF: Lösung geraten (FNr 15)
- 13 DF: Lösung geraten (FNr 14)
- 48 DF: Umfang angegeben (FNr 3)
- 28 DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 6)
- 16 richtig
- 6 DF: Lösung geraten (FNr 7)
- 12 DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 5)
- 8 DF: Lösung geraten (FNr 9)
- 11 DF: Lösung geraten (FNr 12)
- 15 DF: Lösung geraten (FNr 16)
- 7 DF: Lösung geraten (FNr 8)
- 10 DF: Lösung geraten (FNr 11)

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>