

Mathematik Online - Übungen Blatt 5

Klasse 8

Blatt 05

Kapitel 4

LGS

Textaufgabe

lineare Gleichungssysteme

Nummer: 31 0 2009010018

Kl: 8X

Grad: 10 Zeit: 20

Quelle: SP 8

W

Aufgabe 5.1.1: Verkürzt man eine Seite eines Rechtecks um 4 cm und verkürzt man die andere um 6 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um 100 cm^2 . Verlängert man die erste Seite um 6 cm und verlängert man die andere Seite um 4 cm, so wächst der Flächeninhalt um 150 cm^2 . Wie groß war der Flächeninhalt des ursprünglichen Rechtecks?

Parameter: x_1 = Länge der ersten Seite x_2 = Länge der zweiten Seite mit $x_2 > x_4$ x_3 = Änderung der ersten Seite mit $x_1 > x_3$ x_4 = Änderung der zweiten Seite mit $x_4 > x_3$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 12$, $x_2 = 13$, $x_3 = 4$ und $x_4 = 6$.**Erklärung:**

Seien a und b die Seiten eines Rechtecks, die um je 5 cm verkürzt werden, dann berechnet sich dessen Fläche als

$$(a - 5) \cdot (b - 5) = ab - 5a - 5b + 25$$

Rechnung:

Es gilt $(a - 4) \cdot (b - 6) = ab - 6a - 4b + 24$. Der Flächeninhalt $a \cdot b$ verringert sich um 100 cm^2 , damit ist

$$-6a - 4b + 24 = -100 \quad \Leftrightarrow \quad 6a + 4b = 124$$

Weiterhin gilt $(a + 6) \cdot (b + 4) = ab + 4a + 6b + 24$. Der Flächeninhalt $a \cdot b$ erhöht sich um 150 cm^2 , damit ist

$$4a + 6b + 24 = 150 \quad \Leftrightarrow \quad 4a + 6b = 126$$

Wir lösen das LGS:

$$\begin{array}{rclclcl} 6a & +4b & = & 124 & - \cdot (-4) \rightarrow & -24a & -16b & = & -496 \\ 4a & +6b & = & 126 & - \cdot 6 \rightarrow & 24a & +36b & = & 756 \\ & & & & & \hline & & & & & & 20b & = & 260 \\ \Rightarrow & b & = & 13 & \text{ und } & a & = & 12 \end{array}$$

Die gesuchte Fläche ist also $a \cdot b = 156$ **Angebotene Lösungen:**☐ 1 60☐ 2 $\frac{51}{2}$ ☐ 3 48☐ 4 12☐ 5 64☐ 6 312☐ 7 120☐ 8 54☐ 9 1☐ 10 $\frac{25}{2}$ ☒ 11 156☐ 12 36**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	60	DF: Lösung geraten (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{51}{2}$	DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 3	48	DF: Lösung geraten (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 4	12	DF: eine Seite angegeben (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 5	64	DF: Lösung geraten (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 6	312	DF: Lösung geraten (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 7	120	DF: Lösung geraten (FNr 18)
<input type="checkbox"/> 8	54	DF: Lösung geraten (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 9	1	DF: Differenz angegeben (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{25}{2}$	DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 6)
<input checked="" type="checkbox"/> 11	156	richtig
<input type="checkbox"/> 12	36	DF: Lösung geraten (FNr 9)

Klasse 8	Blatt 05	Kapitel 4	LGS
Textaufgabe	lineare Gleichungssysteme	Nummer: 88 0 2009010019	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: NW 4	W	

Aufgabe 5.1.2: Hans findet zwei Rechnungen von einem Autoverleiher.

Rechnung 1: 2 Tage und 60 Kilometer kosten 46 Euro

Rechnung 2: 6 Tage und 150 Kilometer kosten 123 Euro

Berechnen Sie die (laufenden) Kosten pro km.

Parameter:

x_1 = Preis pro Tag

x_2 = Preis pro Kilometer

x_3 = Anzahl der Tage der ersten Rechnung

x_4 = Anzahl der km der ersten Rechnung

x_5 = Anzahl der Tage der zweiten Rechnung $x_5 > x_3$

x_6 = Anzahl der km der zweiten Rechnung $x_6 > x_4$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 0.5$, $x_3 = 2$, $x_4 = 60$, $x_5 = 6$ und $x_6 = 150$.

Erklärung:

Um diese Aufgabe zu Lösen, empfiehlt es sich ein LGS aufzustellen. Sei x der Grundpreis pro Tag und y der Preis pro km, dann folgt aus Rechnung 1: $2x + 60y = 46$.

Rechnung:

Wir stellen folgendes LGS auf:

$$\text{Rechnung 1 : } 2x + 60y = 46 \quad \text{und Rechnung 2 : } 6x + 150y = 123.$$

Wir lösen das LGS:

$$\begin{array}{rclclcl}
 2x & +60y & = & 46 & - \cdot (-6) \rightarrow & -12x & -360y & = & -276 \\
 6x & +150y & = & 123 & - \cdot 2 \rightarrow & 12x & +300y & = & 246 \\
 & & & & & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 & & & & & & -60y & = & -30 \\
 \Rightarrow & y = 0.5 & \text{ und } & x = 8 & & & & &
 \end{array}$$

Gesucht ist der Preis pro km, also $y = 0.5$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	0.6	<input type="checkbox"/> 2	123	<input type="checkbox"/> 3	0.1	<input type="checkbox"/> 4	0.3
<input checked="" type="checkbox"/> 5	0.5	<input type="checkbox"/> 6	0.4	<input type="checkbox"/> 7	0.8	<input type="checkbox"/> 8	8
<input type="checkbox"/> 9	1.1	<input type="checkbox"/> 10	46	<input type="checkbox"/> 11	0.9	<input type="checkbox"/> 12	0.2

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	0.6	DF: Lösung geraten (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 2	123	DF: Preis der zweiten Rechnung angegeben (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 3	0.1	DF: Lösung geraten (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 4	0.3	DF: Lösung geraten (FNr 7)
<input checked="" type="checkbox"/> 5	0.5	richtig
<input type="checkbox"/> 6	0.4	DF: Lösung geraten (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 7	0.8	DF: Lösung geraten (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 8	8	DF: Grundpreis angegeben (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 9	1.1	DF: Lösung geraten (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 10	46	DF: Preis der ersten Rechnung angegeben (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 11	0.9	DF: Lösung geraten (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 12	0.2	DF: Lösung geraten (FNr 6)

Klasse 8	Blatt 05	Kapitel 4	LGS
Textaufgabe	lineare Gleichungssysteme	Nummer: 91 0 2009010020	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: NW 4	W	

Aufgabe 5.1.3: (*) Ein Flugzeug fliegt die 600 km von München nach Hamburg mit Rückenwind in $\frac{20}{9}$ Stunden und mit Gegenwind in $\frac{20}{7}$ Stunden. Bestimmen Sie die Windgeschwindigkeit.

Parameter:

x_1 = Geschwindigkeit des Flugzeugs

x_2 = Geschwindigkeit des Windes

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 240$ und $x_2 = 30$.

Erklärung:

Wir rechnen mit $v = \frac{s}{t}$ oder $s = t \cdot v$, wobei sich v als Differenz bzw. Summe aus Flugzeuggeschwindigkeit und Windgeschwindigkeit zusammensetzt.

Rechnung:

Sei f die Geschwindigkeit des Flugzeugs und w die Windgeschwindigkeit. Bei Rückenwind hat das Flugzeug also tatsächlich eine Geschwindigkeit von $f + w$, bei Gegenwind von $f - w$.

$$\text{Flug mit Rückenwind: } 600 = \frac{20}{9} \cdot (f + w) \quad \text{und Flug mit Gegenwind: } 600 = \frac{20}{7} \cdot (f - w).$$

Wir lösen das LGS:

$$\frac{20}{9}f + \frac{20}{9}w = 600 \quad - : \frac{20}{9} \rightarrow \quad f + w = 270$$

$$\frac{20}{7}f - \frac{20}{7}w = 600 \quad - : \frac{20}{7} \rightarrow \quad f - w = 210$$

$$\begin{array}{r} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ 2f \quad \quad = 480 \end{array}$$

$$\Rightarrow f = 240 \quad \text{und} \quad w = 30$$

Gesucht ist die Windgeschwindigkeit $w = 30$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	50	<input type="checkbox"/> 2	240	<input type="checkbox"/> 3	10	<input type="checkbox"/> 4	35
<input type="checkbox"/> 5	15	<input type="checkbox"/> 6	45	<input type="checkbox"/> 7	40	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{20}{9}$
<input type="checkbox"/> 9	55	<input checked="" type="checkbox"/> 10	30	<input type="checkbox"/> 11	25	<input type="checkbox"/> 12	20

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	50	DF: Lösung geraten (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 2	240	DF: Flugzeuggeschwindigkeit angegeben (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 3	10	DF: Lösung geraten (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 4	35	DF: Lösung geraten (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 5	15	DF: Lösung geraten (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 6	45	DF: Lösung geraten (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 7	40	DF: Lösung geraten (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{20}{9}$	DF: Flugzeit angegeben (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 9	55	DF: Lösung geraten (FNr 14)
<input checked="" type="checkbox"/> X	30	richtig
<input type="checkbox"/> 11	25	DF: Lösung geraten (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 12	20	DF: Lösung geraten (FNr 7)

Klasse 8	Blatt 05	Kapitel 4	LGS
Textaufgabe	lineare Gleichungssysteme	Nummer: 100 0 2009010017	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: SP 8	W	

Aufgabe 5.1.4: Ein Rechteck hat einen Umfang von 48 cm. Eine Seite ist um 8 cm länger als die andere Seite. Wie lang ist die Längere der beiden Seiten?

Parameter:

x_1 = Länge der kurzen Seite

x_2 = Länge der langen Seite

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ und $x_2 = 16$.

Erklärung:

Den Umfang eines Rechteckes mit den Seitenlängen a und b berechnet man mit $U = 2a + 2b$.

Rechnung:

Es gilt $2a + 2b = 48$ und $b - a = 8$. Wir lösen das LGS:

$$\begin{array}{rclclcl}
 2a & +2b & = & 48 & - \cdot 1 \rightarrow & 2a & +2b & = & 48 \\
 -a & +b & = & 8 & - \cdot 2 \rightarrow & -2a & +2b & = & 16 \\
 & & & & & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 & & & & & & 4b & = & 64 \\
 \Rightarrow & b = 16 & \text{ und } & a = 8 & & & & &
 \end{array}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	14	<input type="checkbox"/> 2	13	<input type="checkbox"/> 3	48	<input type="checkbox"/> 4	28
<input checked="" type="checkbox"/> X	16	<input type="checkbox"/> 6	6	<input type="checkbox"/> 7	12	<input type="checkbox"/> 8	8
<input type="checkbox"/> 9	11	<input type="checkbox"/> 10	15	<input type="checkbox"/> 11	7	<input type="checkbox"/> 12	10

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	14	DF: Lösung geraten (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 2	13	DF: Lösung geraten (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 3	48	DF: Umfang angegeben (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 4	28	DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 6)
<input checked="" type="checkbox"/> X	16	richtig
<input type="checkbox"/> 6	6	DF: Lösung geraten (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 7	12	DF: Arithmetisches Mittel angegeben (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 8	8	DF: Lösung geraten (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 9	11	DF: Lösung geraten (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 10	15	DF: Lösung geraten (FNr 16)
<input type="checkbox"/> 11	7	DF: Lösung geraten (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 12	10	DF: Lösung geraten (FNr 11)

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungsw Webseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>