

Mathematik Online - Übungen Blatt 22

Klasse 9	Blatt 22	Kapitel 2	Terme
Binomische Formel	Potenzrechnen	Nummer: 1 0 2009010085	Kl: 9X
Grad: 10	Zeit: 20	Quelle: eigen	W

Aufgabe 22.1.1: Vereinfachen Sie den folgenden Bruchterm. Denken Sie an die binomischen Formeln. Kürzen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{4b^{12} + 8b^{11}a + 4b^{10}a^2}{8 \cdot b^2 \cdot (b+a)^4}$$

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 = Dritte Zahl des Terms $x_3 > x_5$

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

x_5 = Faktor

x_6 = Summand im Exponent

Der Term ist von der Form
$$\frac{\{x_1 : x_5\}x_{S_1}^{\{x_3+2\}} + \{2 \cdot x_1 : x_5\}x_{S_1}^{\{x_3+1\}}x_{S_2} + \{x_1 : x_5\}x_{S_1}^{x_3}x_{S_2}^2}{x_1 \cdot x_{S_1}^{x_5} \cdot (x_{S_1} + x_{S_2})^{x_6}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 6$, $x_3 = 10$, $x_4 = 2$, $x_5 = 2$, $x_6 = 4$ sowie $x_{s_1} = b$, $x_{s_2} = a$ und $x_{s_3} = c$.

Erklärung:

Klammern Sie zuerst im Zähler soviel wie möglich aus. FaktoriSieren Sie dann mit Hilfe einer binomischen Formel. Multiplizieren Sie den Nenner möglichst nicht aus. Bei folgendem Term können Sie a^2 ausklammern: $a^4 - 2 \cdot a^3 + a^2 = a^2(a^2 - 2 \cdot a + 1) = a^2(a - 1)^2$. Beachten Sie auch das Potenzgesetz $a^n : a^m = a^{n-m}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{4b^{12} + 8b^{11}a + 4b^{10}a^2}{8 \cdot b^2 \cdot (b+a)^4} &= \frac{4b^{10} \cdot (b^2 + 2b^1a + a^2)}{8 \cdot b^2 \cdot (b+a)^4} && \text{ausgeklammert} \\ &= \frac{b^{10-2} \cdot (b+a)^2}{2 \cdot (b+a)^4} && \text{Potenzgesetze und gekürzt} \\ &= \frac{b^8 \cdot (b+a)^{2-4}}{2} && a^n \cdot a^m = a^{n+m} \\ &= \frac{1}{2} \cdot b^8 \cdot (b+a)^{-2} && \text{zusammengefasst} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{8} \cdot b^6 + \frac{1}{8} \cdot a^{-2}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{2} \cdot b^8 \cdot (b^{-2} + a^{-2})$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{2} \cdot b^6 + \frac{1}{2} \cdot a^{-2}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $2b^6 + b^5a + \frac{1}{2}b^4a^{-2}$ | <input type="checkbox"/> 5 $8b^{27}a^{-1}$ | <input type="checkbox"/> 6 $8 \cdot b^6 + 8 \cdot a^{-2}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $2 \cdot b^8 \cdot (b^{-2} + a^{-2})$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{2} \cdot b^8 \cdot (b+a)^{-2}$ | <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{8}b^6 + b^5a + \frac{1}{8}b^4a^{-2}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $2 \cdot b^8 \cdot (b+a)^{-2}$ | <input type="checkbox"/> 11 $8 + b^{27} + a^{-1}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{2}b^6 + b^5a + \frac{1}{2}b^4a^{-2}$ |

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{1}{8} \cdot b^6 + \frac{1}{8} \cdot a^{-2}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 9)
2	$\frac{1}{2} \cdot b^8 \cdot (b^{-2} + a^{-2})$	DF: $\frac{1}{a+b} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (FNr 7)
3	$\frac{1}{2} \cdot b^6 + \frac{1}{2} \cdot a^{-2}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 10)
4	$2b^6 + b^5a + \frac{1}{2}b^4a^{-2}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 14)
5	$8b^{27}a^{-1}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 15)
6	$8 \cdot b^6 + 8 \cdot a^{-2}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 8)
7	$2 \cdot b^8 \cdot (b^{-2} + a^{-2})$	DF: $\frac{1}{a+b} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (FNr 3)
⊗	$\frac{1}{2} \cdot b^8 \cdot (b+a)^{-2}$	richtig
9	$\frac{1}{8}b^6 + b^5a + \frac{1}{8}b^4a^{-2}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 12)
10	$2 \cdot b^8 \cdot (b+a)^{-2}$	DF: Bruch falsch aufgelöst (FNr 2)
11	$8 + b^{27} + a^{-1}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 16)
12	$\frac{1}{2}b^6 + b^5a + \frac{1}{2}b^4a^{-2}$	DF: Potenzgesetze falsch angewendet (FNr 13)

Klasse 9 Blatt 22 Kapitel 2 Terme
Binomische Formel Potenzrechnen Nummer: 5 0 2009010088 Kl: 9X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 22.1.2: Vereinfachen Sie den folgenden Bruchterm. Denken Sie an die binomischen Formeln. Kürzen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{6b^8a^4 + 12b^7a^5 + 6b^6a^6}{12b^7a^9 - 12b^5a^{11}}.$$

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms
 x_2 = Zweite Zahl des Terms,
 x_3 = Dritte Zahl des Terms $x_3 > x_5$
 x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.
 x_5 = Faktor
 x_6 = Exponent im Nenner

Der Term ist von der Form
$$\frac{\{x_1 : x_5\}x_{S1}^{\{x_2+1\}}x_{S2}^{x_3} + \{x_1 : x_5 \cdot x_7\}x_{S1}^{x_2}x_{S2}^{\{x_3+1\}}}{x_1x_{S1}^{\{x_2+1\}}x_{S2}^{\{x_3+x_6\}} + \{x_1 \cdot x_7^2\}x_{S1}^{\{x_2-1\}}x_{S2}^{\{x_3+2+x_6\}}}.$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 12$, $x_2 = 6$, $x_3 = 4$, $x_4 = 2$, $x_5 = 2$, $x_6 = 5$
sowie $x_{s1} = b$, $x_{s2} = a$ und $x_{s3} = c$.

Erklärung:

Klammern Sie zuerst im Zähler soviel wie möglich aus. Faktorisieren Sie dann (wenn möglich) mit Hilfe einer binomischen Formel (BinF). Multiplizieren Sie den Nenner möglichst nicht aus. Bei folgendem Term können Sie a^2 ausklammern: $a^4 - 2 \cdot a^3 + a^2 = a^2(a^2 - 2 \cdot a + 1) = a^2(a-1)^2$. Beachten Sie auch das Potenzgesetz $a^n : a^m = a^{n-m}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{6b^8a^4 + 12b^7a^5 + 6b^6a^6}{12b^7a^9 - 12b^5a^{11}} &= \frac{6b^6a^4(b^2 + 2ba + a^2)}{12b^5a^9 \cdot (b^2 - a^2)} && \text{ausgeklammert} \\ &= \frac{b(b+a)^2}{2a^5 \cdot (b+a) \cdot (b-a)} && \text{gekürzt und BinF} \\ &= \frac{b \cdot (b+a)}{2a^5 \cdot (b-a)} && \text{gekürzt} \end{aligned}$$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---|---|----|---|----|---|---|--|
| 1 | $\frac{b^2+a^2}{2a^4 \cdot (b^2-a^2)}$ | 2 | $\frac{b^2+a^2}{2(b-a^6)}$ | 3 | $-\frac{2}{3}ba^{-4}$ | 4 | $-\frac{b}{2a^5}$ |
| 5 | $\frac{6b^6a^4(b^2+2ba+a^2)}{12b^5a^9 \cdot (b^2-a^2)}$ | 6 | $\frac{24b^{21}a^{15}}{36b^{18}a^{30}}$ | 7 | $\frac{6b^8a^4+12b^7a^5+6b^6a^6}{12b^7a^9-12b^5a^{11}}$ | 8 | $-\frac{2}{3}b^3a^{-15}$ |
| 9 | $\frac{b}{2a^5}$ | 10 | $\frac{2}{3}ba^{-4}$ | 11 | $\frac{2}{3}b^3a^{-15}$ | ⊗ | $\frac{b \cdot (b+a)}{2a^5 \cdot (b-a)}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|----|---|--|
| 1 | $\frac{b^2+a^2}{2a^4 \cdot (b^2-a^2)}$ | DF: Verrechnet (FNr 10) |
| 2 | $\frac{b^2+a^2}{2(b-a^6)}$ | DF: Verrechnet (FNr 11) |
| 3 | $-\frac{2}{3}ba^{-4}$ | DF: Verrechnet (FNr 12) |
| 4 | $-\frac{b}{2a^5}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 4) |
| 5 | $\frac{6b^6a^4(b^2+2ba+a^2)}{12b^5a^9 \cdot (b^2-a^2)}$ | DF: Zwischenergebnis angegeben (FNr 2) |
| 6 | $\frac{24b^{21}a^{15}}{36b^{18}a^{30}}$ | DF: Potenzgesetze missachtet (FNr 6) |
| 7 | $\frac{6b^8a^4+12b^7a^5+6b^6a^6}{12b^7a^9-12b^5a^{11}}$ | DF: Term nicht vereinfacht (FNr 3) |
| 8 | $-\frac{2}{3}b^3a^{-15}$ | DF: Potenzgesetze missachtet (FNr 8) |
| 9 | $\frac{b}{2a^5}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 5) |
| 10 | $\frac{2}{3}ba^{-4}$ | DF: Verrechnet (FNr 13) |
| 11 | $\frac{2}{3}b^3a^{-15}$ | DF: Potenzgesetze missachtet (FNr 7) |
| ⊗ | $\frac{b \cdot (b+a)}{2a^5 \cdot (b-a)}$ | richtig |

Klasse 9 Blatt 22 Kapitel 2 Terme
 Binomische Formel Potenzrechnen Nummer: 39 0 2009010086 Kl: 9X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 22.1.3: Vereinfachen Sie den folgenden Bruchterm. Denken Sie an die binomischen Formeln. Kürzen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{4a^6c^{10} + 4a^5c^{11}}{8a^6c^{13} + 8a^4c^{15}}$$

Parameter:

- x_1 = Erste Zahl des Terms
- x_2 = Zweite Zahl des Terms,
- x_3 = Dritte Zahl des Terms $x_3 > x_5$
- x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.
- x_5 = Faktor
- x_6 = Exponent im Nenner

Der Term ist von der Form
$$\frac{\{x_1 : x_5\}x_{S_1}^{\{x_2+1\}}x_{S_2}^{x_3} + \{x_1 : x_5\}x_{S_1}^{x_2}x_{S_2}^{\{x_3+1\}}}{x_1x_{S_1}^{\{x_2+1\}}x_{S_2}^{\{x_3+x_6\}} + \{x_1\}x_{S_1}^{\{x_2-1\}}x_{S_2}^{\{x_3+2+x_6\}}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 5$, $x_3 = 10$, $x_4 = 3$, $x_5 = 2$, $x_6 = 3$
 sowie $x_{s1} = a$, $x_{s2} = c$ und $x_{s3} = b$.

Erklärung:

Klammern Sie zuerst im Zähler soviel wie möglich aus. FaktoriSieren Sie dann (wenn möglich) mit Hilfe einer binomischen Formel. Multiplizieren Sie den Nenner möglichst nicht aus. Bei folgendem Term können Sie a^2 ausklammern: $a^4 - 2 \cdot a^3 + a^2 = a^2(a^2 - 2 \cdot a + 1) = a^2(a-1)^2$. Beachten Sie auch das Potenzgesetz $a^n : a^m = a^{n-m}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned}\frac{4a^6c^{10}+4a^5c^{11}}{8a^6c^{13}+8a^4c^{15}} &= \frac{4a^5c^{10} \cdot (a+c)}{8a^4c^{13} \cdot (a^2+c^2)} && \text{ausgeklammert} \\ &= \frac{a \cdot (a+c)}{2c^{10} \cdot (a^2+c^2)} && \text{Potenzgesetze und gekürzt}\end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{4a^6c^{10}+4a^5c^{11}}{8a^6c^{13}+8a^4c^{15}}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{a}{2c^{10} \cdot (a+c)}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{a \cdot (a+c)}{2c^{10}}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{2c^3} + \frac{a}{2c^4}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{a}{2ac^{12}} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$	<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{a \cdot (a+c)}{2c^{10} \cdot (a^2+c^2)}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{1+a}{2c^4}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1+a}{4c^7}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{a}{2c^{10}} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{a}{4c^7}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{2c^{11}}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{4a^5c^{10} \cdot (a+c)}{8a^4c^{13} \cdot (a^2+c^2)}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{4a^6c^{10}+4a^5c^{11}}{8a^6c^{13}+8a^4c^{15}}$	DF: Term wurde nicht vereinfacht (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{a}{2c^{10} \cdot (a+c)}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{a \cdot (a+c)}{2c^{10}}$	DF: Lösung geraten (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{2c^3} + \frac{a}{2c^4}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{a}{2ac^{12}} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$	DF: Lösung geraten (FNr 5)
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{a \cdot (a+c)}{2c^{10} \cdot (a^2+c^2)}$	richtig
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{1+a}{2c^4}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1+a}{4c^7}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{a}{2c^{10}} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{a}{4c^7}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{2c^{11}}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{4a^5c^{10} \cdot (a+c)}{8a^4c^{13} \cdot (a^2+c^2)}$	DF: Zwischenergebnis angegeben (FNr 12)

Klasse 9 Blatt 22 Kapitel 2 Terme
Binomische Formel Potenzrechnen Nummer: 41 0 2009010087 Kl: 9X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 22.1.4: Vereinfachen Sie den folgenden Bruchterm. Denken Sie an die binomischen Formeln. Kürzen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{5a^5c^{11} + 10a^4c^{12}}{10a^5c^{14} - 40a^3c^{16}}.$$

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms
 x_2 = Zweite Zahl des Terms,
 x_3 = Dritte Zahl des Terms $x_3 > x_5$
 x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.
 x_5 = Faktor
 x_6 = Exponent im Nenner
 x_7 = Faktor

Der Term ist von der Form

$$\frac{\{x_1 : x_5\}x_{S_1}^{\{x_2+1\}}x_{S_2}^{x_3} + \{x_1 : x_5 \cdot x_7\}x_{S_1}^{x_2}x_{S_2}^{\{x_3+1\}}}{x_1x_{S_1}^{\{x_2+1\}}x_{S_2}^{\{x_3+x_6\}} + \{x_1 \cdot x_7\}x_{S_1}^{\{x_2-1\}}x_{S_2}^{\{x_3+2+x_6\}}}.$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$, $x_2 = 4$, $x_3 = 11$, $x_4 = 3$, $x_5 = 2$, $x_6 = 3$, $x_7 = 2$
sowie $x_{s1} = a$, $x_{s2} = c$ und $x_{s3} = b$.

Erklärung:

Klammern Sie zuerst im Zähler soviel wie möglich aus. Faktorisieren Sie dann (wenn möglich) mit Hilfe einer binomischen Formel (BinF). Multiplizieren Sie den Nenner möglichst nicht aus. Bei folgendem Term können Sie a^2 ausklammern: $a^4 - 2 \cdot a^3 + a^2 = a^2(a^2 - 2 \cdot a + 1) = a^2(a - 1)^2$. Beachten Sie auch das Potenzgesetz $a^n : a^m = a^{n-m}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{5a^5c^{11}+10a^4c^{12}}{10a^5c^{14}-40a^3c^{16}} &= \frac{5a^4c^{11} \cdot (a+2 \cdot c)}{10a^3c^{14} \cdot (a^2-4c^2)} && \text{ausgeklammert} \\ &= \frac{a^4c^{11} \cdot (a+2 \cdot c)}{2a^3c^{14} \cdot (a^2-(2c)^2)} && \text{gekürzt und } 2^2 \cdot c^2 = (2 \cdot c)^2 \\ &= \frac{a \cdot (a+2c)}{2c^3 \cdot (a+2c) \cdot (a-2c)} && \text{Potenzgesetze und 3. BinF} \\ &= \frac{a}{2c^3 \cdot (a-2c)} && \text{gekürzt} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5a^4c^{11} \cdot (a+2 \cdot c)}{10a^3c^{14} \cdot (a^2-4c^2)}$	<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{1}{2}a^7c^{25}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{5a^5c^{11}+10a^4c^{12}}{10a^5c^{14}-40a^3c^{16}}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{2}a^{-9}c^{-19}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{a^2 \cdot (a+2c)}{2c^2 \cdot (a^2-4c^2)}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{2}a^9c^{19}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{a^2}{2c^2 \cdot (a-2c)}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{a \cdot (a+2c)}{2c^3 \cdot (a^2-4c^2)}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{2c^3} - \frac{a}{4c^2}$	<input checked="" type="checkbox"/> 10	$\frac{a}{2c^3 \cdot (a-2c)}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{a^2}{2c^2 \cdot (a+2c)}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{a}{2c^3} - \frac{2a}{c^2}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5a^4c^{11} \cdot (a+2 \cdot c)}{10a^3c^{14} \cdot (a^2-4c^2)}$	DF: Zwischenergebnis angegeben (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{1}{2}a^7c^{25}$	DF: Potenzgesetze missachtet (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{5a^5c^{11}+10a^4c^{12}}{10a^5c^{14}-40a^3c^{16}}$	DF: Term nicht vereinfacht (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{2}a^{-9}c^{-19}$	DF: Potenzgesetze missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{a^2 \cdot (a+2c)}{2c^2 \cdot (a^2-4c^2)}$	DF: Verrechnet (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{2}a^9c^{19}$	DF: Potenzgesetze missachtet (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{a^2}{2c^2 \cdot (a-2c)}$	DF: Verrechnet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{a \cdot (a+2c)}{2c^3 \cdot (a^2-4c^2)}$	DF: Zwischenergebnis angegeben (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{2c^3} - \frac{a}{4c^2}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 5)
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$\frac{a}{2c^3 \cdot (a-2c)}$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{a^2}{2c^2 \cdot (a+2c)}$	DF: Verrechnet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{a}{2c^3} - \frac{2a}{c^2}$	DF: Aus der Summe gekürzt (FNr 6)

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>