

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 12 0 2009010046	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(4b-7c)^2}{(4b-7c)(4b+7c)} \cdot 8a$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2}{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})(x_1x_{s1} + x_2x_{s2})} \cdot x_3x_{s3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 7$, $x_3 = 8$, $x_4 = 5$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a-b)^2$ als $(a-b) \cdot (a-b)$ schreiben können. Bei faktoriisiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(4b-7c)^2}{(4b-7c)(4b+7c)} \cdot 8a &= \frac{(4b-7c) \cdot (4b-7c)}{(4b-7c) \cdot (4b+7c)} \cdot 8a = \frac{4b-7c}{4b+7c} \cdot 8a \\ &= \frac{(4b-7c) \cdot 8a}{4b+7c} = \frac{32ba-56ca}{4b+7c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{128b^2a-448bca+392c^2a}{16b^2-49c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{128b^2a-448bca+392c^2a}{128b^2a-392c^2a}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{16b^2-56bc+49c^2}{16b^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{128b^2a+448bca+392c^2a}{16b^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 4 $-8a$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\frac{32ba-56ca}{4b+7c}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{32ba+56ca}{32ba-56ca}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{32ba+56ca}{4b+7c}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{128b^2a+448bca+392c^2a}{128b^2a-392c^2a}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $8a$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{4b+7c}{4b-7c}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{16b^2+56bc+49c^2}{16b^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{32ba+56ca}{4b-7c}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{128b^2a-448bca+392c^2a}{128b^2a-392c^2a}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{16b^2-56bc+49c^2}{16b^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{128b^2a+448bca+392c^2a}{16b^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 4	$-8a$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 19)
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{32ba-56ca}{4b+7c}$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{32ba+56ca}{32ba-56ca}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 16)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{32ba+56ca}{4b+7c}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{128b^2a+448bca+392c^2a}{128b^2a-392c^2a}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 9	$8a$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 18)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4b+7c}{4b-7c}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 17)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{16b^2+56bc+49c^2}{16b^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{32ba+56ca}{4b-7c}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 15)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 18 0 2009010047 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{3b+15a}{3b-15a} \cdot \frac{15b}{5b+25a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

$$\text{Der Term ist von der Form } \frac{x_1x_{s1} + \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}}{x_1x_{s1} - \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\}x_{s1}}{x_2x_{s1} + \{x_2 \cdot x_2\}x_{s2}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$, $x_2 = 5$, $x_3 = 3$, $x_4 = 2$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{3b+15a}{3b-15a} \cdot \frac{15b}{5b+25a} &= \frac{3 \cdot (b+5a)}{3 \cdot (b-5a)} \cdot \frac{5 \cdot 3b}{5 \cdot (b+5a)} = \frac{b+5a}{b-5a} \cdot \frac{3b}{b+5a} \\ &= \frac{(b+5a) \cdot (3b)}{(b-5a) \cdot (b+5a)} = \frac{3b}{b-5a} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{3b^2+15ba}{b^2-25a^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---|-------------------------------|----|-------------------------------|----|--------------------------|----|-------------------------------|
| 1 | $\frac{3b^2+15ba}{b^2+25a^2}$ | 2 | $\frac{3b^2+15ba}{b^2-25a^2}$ | 3 | $-1 - \frac{3}{25a}$ | ⊗ | $\frac{3b}{b-5a}$ |
| 5 | $\frac{-3}{5a}$ | 6 | $15a$ | 7 | $\frac{-3}{25a}$ | 8 | $-1 + \frac{3}{25a}$ |
| 9 | $-15a$ | 10 | $\frac{15b}{5b+25a}$ | 11 | $\frac{3 \cdot b}{b+5a}$ | 12 | $\frac{3b^2-15ba}{b^2-25a^2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|----|-------------------------------|--------------------------------------|
| 1 | $\frac{3b^2+15ba}{b^2+25a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4) |
| 2 | $\frac{3b^2+15ba}{b^2-25a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2) |
| 3 | $-1 - \frac{3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 8) |
| ⊗ | $\frac{3b}{b-5a}$ | richtig |
| 5 | $\frac{-3}{5a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 9) |
| 6 | $15a$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 14) |
| 7 | $\frac{-3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 5) |
| 8 | $-1 + \frac{3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 7) |
| 9 | $-15a$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 13) |
| 10 | $\frac{15b}{5b+25a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 12) |
| 11 | $\frac{3 \cdot b}{b+5a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 11) |
| 12 | $\frac{3b^2-15ba}{b^2-25a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3) |

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 19 0 2009010048	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{4c-5a}{5a+4c} : \frac{5a-4c}{30a+4c}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 5$, $x_3 = 6$, $x_4 = 4$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren.

Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{4c-5a}{5a+4c} : \frac{5a-4c}{30a+4c} &= \frac{4c-5a}{5a+4c} \cdot \frac{30a+4c}{5a-4c} = \frac{4c-5a}{5a+4c} \cdot \frac{30a+4c}{-(4c-5a)} \\ &= \frac{(4c-5a) \cdot (30a+4c)}{-(4c-5a) \cdot (5a+4c)} = \frac{30a+4c}{(-1) \cdot (5a+4c)} = -\frac{30a+4c}{5a+4c} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|-----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{(5a-4c)^2}{(30a+4c) \cdot (5a+4c)}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 3 | 6 | <input type="checkbox"/> 4 | -6 |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{30a+4c}{5a-4c}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-\frac{(5a-4c)^2}{6 \cdot (5a+4c)^2}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-6 \cdot \frac{(5a-4c)^2}{(5a+4c)^2}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{30a-4c}{5a+4c}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{(5a-4c)^2}{6 \cdot (5a+4c)^2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $-\frac{30a+4c}{5a+4c}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{30a+4c}{5a+4c}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $6 \cdot \frac{(5a-4c)^2}{(5a+4c)^2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{(5a-4c)^2}{(30a+4c) \cdot (5a+4c)}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{1}{6}$ | DF: Falsch dividiert (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 3 | 6 | DF: Falsch dividiert (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 4 | -6 | DF: Falsch dividiert (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{30a+4c}{5a-4c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-\frac{(5a-4c)^2}{6 \cdot (5a+4c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 6) |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-6 \cdot \frac{(5a-4c)^2}{(5a+4c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{30a-4c}{5a+4c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{(5a-4c)^2}{6 \cdot (5a+4c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 8) |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $-\frac{30a+4c}{5a+4c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{30a+4c}{5a+4c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $6 \cdot \frac{(5a-4c)^2}{(5a+4c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 7) |

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 39 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10	Zeit: 20	Quelle: eigen	W

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(6a - 3c)^2 - (6a + 3c)^2}{18ac}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablenamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2 - (x_1x_{s1} + x_2x_{s2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{s1}x_{s2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a+3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\frac{(6a - 3c)^2 - (6a + 3c)^2}{18ac} = \frac{6^2a^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot ac + 3^2c^2 - (36a^2 + 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot ac + 9c^2)}{18ac}$$

$$= \frac{36a^2 - 36ac + 9c^2 - 36a^2 - 36ac - 9c^2}{18ac} = \frac{-72ac}{18ac} = -4$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{72a^2+18c^2}{18ac}$ | <input type="checkbox"/> 2 | 4 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{36a^2+9c^2}{18ac}$ | <input type="checkbox"/> 4 | 0 |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6a + 3c$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{72a^2-18c^2}{18ac}$ | <input type="checkbox"/> 7 | 2 | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{-72a^2-18c^2}{18ac}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-6a - 3c$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{36a^2-9c^2}{18ac}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $-6a + 3c$ | <input checked="" type="checkbox"/> | -4 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{72a^2+18c^2}{18ac}$ | DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 2 | 4 | VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{36a^2+9c^2}{18ac}$ | DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 4 | 0 | RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6a + 3c$ | DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{72a^2-18c^2}{18ac}$ | DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 7 | 2 | VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{-72a^2-18c^2}{18ac}$ | DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-6a - 3c$ | DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{36a^2-9c^2}{18ac}$ | DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-6a + 3c$ | DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9) |
| <input checked="" type="checkbox"/> | -4 | richtig |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>