

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 7 0 2009010046	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(4a - 7c)^2}{(4a - 7c)(4a + 7c)} \cdot 4b$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2}{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})(x_1x_{S1} + x_2x_{S2})} \cdot x_3x_{S3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 7$, $x_3 = 4$, $x_4 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a - b)^2$ als $(a - b) \cdot (a - b)$ schreiben können. Bei faktoriisiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(4a - 7c)^2}{(4a - 7c)(4a + 7c)} \cdot 4b &= \frac{(4a - 7c) \cdot (4a - 7c)}{(4a - 7c) \cdot (4a + 7c)} \cdot 4b = \frac{4a - 7c}{4a + 7c} \cdot 4b \\ &= \frac{(4a - 7c) \cdot 4b}{4a + 7c} = \frac{16ab - 28cb}{4a + 7c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{64a^2b - 224acb + 196c^2b}{16a^2 - 49c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{4b}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{16a^2 + 56ac + 49c^2}{16a^2 - 49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{16a^2 - 56ac + 49c^2}{16a^2 - 49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{16ab + 28cb}{16ab - 28cb}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{64a^2b + 224acb + 196c^2b}{64a^2b - 196c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{64a^2b - 224acb + 196c^2b}{64a^2b - 196c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{64a^2b - 224acb + 196c^2b}{16a^2 - 49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 8 $-4b$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{4a + 7c}{4a - 7c}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{16ab + 28cb}{4a - 7c}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{64a^2b + 224acb + 196c^2b}{16a^2 - 49c^2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{16ab - 28cb}{4a + 7c}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{1}{4b}$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 20)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{16a^2+56ac+49c^2}{16a^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{16a^2-56ac+49c^2}{16a^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{16ab+28cb}{16ab-28cb}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 16)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{64a^2b+224acb+196c^2b}{64a^2b-196c^2b}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{64a^2b-224acb+196c^2b}{64a^2b-196c^2b}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{64a^2b-224acb+196c^2b}{16a^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 8	$-4b$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 19)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{4a+7c}{4a-7c}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 17)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{16ab+28cb}{4a-7c}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{64a^2b+224acb+196c^2b}{16a^2-49c^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 3)
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{16ab-28cb}{4a+7c}$	richtig

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 10 0 2009010047 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{6c + 12a}{6c - 12a} \cdot \frac{6c}{2c + 4a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1x_{s1} + \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}}{x_1x_{s1} - \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\}x_{s1}}{x_2x_{s1} + \{x_2 \cdot x_2\}x_{s2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{6c + 12a}{6c - 12a} \cdot \frac{6c}{2c + 4a} &= \frac{6 \cdot (c + 2a)}{6 \cdot (c - 2a)} \cdot \frac{2 \cdot 3c}{2 \cdot (c + 2a)} = \frac{c + 2a}{c - 2a} \cdot \frac{3c}{c + 2a} \\ &= \frac{(c + 2a) \cdot (3c)}{(c - 2a) \cdot (c + 2a)} = \frac{3c}{c - 2a} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{3c^2+6ca}{c^2-4a^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

1	$\frac{-3}{2a}$	2	$-1 - \frac{3}{4a}$	3	$\frac{3}{4a}$	4	$\frac{3 \cdot c}{c+2a}$
5	$\frac{3c^2-6ca}{c^2-4a^2}$	6	$\frac{3c^2+6ca}{c^2-4a^2}$	×	$\frac{3c}{c-2a}$	8	$\frac{3}{2a}$
9	$-1 + \frac{3}{4a}$	10	$6a$	11	$\frac{-3}{4a}$	12	$\frac{3c^2+6ca}{c^2+4a^2}$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{-3}{2a}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 9)
2	$-1 - \frac{3}{4a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 8)
3	$\frac{3}{4a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 6)
4	$\frac{3 \cdot c}{c+2a}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 11)
5	$\frac{3c^2-6ca}{c^2-4a^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3)
6	$\frac{3c^2+6ca}{c^2-4a^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2)
×	$\frac{3c}{c-2a}$	richtig
8	$\frac{3}{2a}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 10)
9	$-1 + \frac{3}{4a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 7)
10	$6a$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 14)
11	$\frac{-3}{4a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 5)
12	$\frac{3c^2+6ca}{c^2+4a^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4)

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 33 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10	Zeit: 20	Quelle: eigen	W

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(4b - 3a)^2 - (4b + 3a)^2}{12ba}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablennamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 3$, $x_3 = 2$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\frac{(4b - 3a)^2 - (4b + 3a)^2}{12ba} = \frac{4^2b^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot ba + 3^2a^2 - (16b^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot ba + 9a^2)}{12ba}$$

$$= \frac{16b^2 - 24ba + 9a^2 - 16b^2 - 24ba - 9a^2}{12ba} = \frac{-48ba}{12ba} = -4$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	-2	<input type="checkbox"/> 2	$4b + 3a$	<input type="checkbox"/> 3	$-4b - 3a$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{16b^2+9a^2}{12ba}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-32b^2-18a^2}{12ba}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{32b^2-18a^2}{12ba}$	<input type="checkbox"/> 7	0	<input type="checkbox"/> 8	$-4b + 3a$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{16b^2-9a^2}{12ba}$	<input type="checkbox"/> 10	2	<input type="checkbox"/> X	-4	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{32b^2+18a^2}{12ba}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	-2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 2	$4b + 3a$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 3	$-4b - 3a$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{16b^2+9a^2}{12ba}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-32b^2-18a^2}{12ba}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{32b^2-18a^2}{12ba}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 7	0	RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 8	$-4b + 3a$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{16b^2-9a^2}{12ba}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 10	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> X	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{32b^2+18a^2}{12ba}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 36 0 2009010048 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{8c - 7b}{7b + 8c} : \frac{7b - 8c}{21b + 8c}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms
 x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler
 x_3 = Dritte Zahl des Terms
 x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 7$, $x_3 = 3$, $x_4 = 6$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = b$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren. Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\frac{8c - 7b}{7b + 8c} : \frac{7b - 8c}{21b + 8c} = \frac{8c - 7b}{7b + 8c} \cdot \frac{21b + 8c}{7b - 8c} = \frac{8c - 7b}{7b + 8c} \cdot \frac{21b + 8c}{-(8c - 7b)}$$

$$= \frac{(8c - 7b) \cdot (21b + 8c)}{-(8c - 7b) \cdot (7b + 8c)} = \frac{21b + 8c}{(-1) \cdot (7b + 8c)} = -\frac{21b + 8c}{7b + 8c}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------|--|-----------------------------|---------------|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{-(7b-8c)^2}{(21b+8c) \cdot (7b+8c)}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{21b+8c}{7b+8c}$ | <input type="checkbox"/> 3 | 3 | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{(7b-8c)^2}{3 \cdot (7b+8c)^2}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $-\frac{21b+8c}{7b+8c}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{21b-8c}{7b+8c}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{(7b-8c)^2}{(21b+8c) \cdot (7b+8c)}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{21b+8c}{7b-8c}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-\frac{(7b-8c)^2}{3 \cdot (7b+8c)^2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | -3 | <input type="checkbox"/> 12 | $3 \cdot \frac{(7b-8c)^2}{(7b+8c)^2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{-(7b-8c)^2}{(21b+8c) \cdot (7b+8c)}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 9) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{21b+8c}{7b+8c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 3 | 3 | DF: Falsch dividiert (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{(7b-8c)^2}{3 \cdot (7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 8) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $-\frac{21b+8c}{7b+8c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{21b-8c}{7b+8c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{3}$ | DF: Falsch dividiert (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{(7b-8c)^2}{(21b+8c) \cdot (7b+8c)}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{21b+8c}{7b-8c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-\frac{(7b-8c)^2}{3 \cdot (7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 6) |
| <input type="checkbox"/> 11 | -3 | DF: Falsch dividiert (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $3 \cdot \frac{(7b-8c)^2}{(7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 7) |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>