

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 5 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(4b - 2c)^2 - (4b + 2c)^2}{8bc}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablenamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 5$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(4b - 2c)^2 - (4b + 2c)^2}{8bc} &= \frac{4^2b^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot bc + 2^2c^2 - (16b^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot bc + 4c^2)}{8bc} \\ &= \frac{16b^2 - 16bc + 4c^2 - 16b^2 - 16bc - 4c^2}{8bc} = \frac{-32bc}{8bc} = -4 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{16b^2 - 4c^2}{8bc}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{-32b^2 - 8c^2}{8bc}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{32b^2 + 8c^2}{8bc}$	<input type="checkbox"/> X	-4
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{16b^2 + 4c^2}{8bc}$	<input type="checkbox"/> 6	2	<input type="checkbox"/> 7	$4b + 2c$	<input type="checkbox"/> 8	0
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{-16b^2 - 4c^2}{8bc}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{32b^2 - 8c^2}{8bc}$	<input type="checkbox"/> 11	-2	<input type="checkbox"/> 12	4

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{16b^2-4c^2}{8bc}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{-32b^2-8c^2}{8bc}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{32b^2+8c^2}{8bc}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)
<input checked="" type="checkbox"/> X	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{16b^2+4c^2}{8bc}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 6	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 7	$4b + 2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 8	0	RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{-16b^2-4c^2}{8bc}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{32b^2-8c^2}{8bc}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 11	-2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 12	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
Division Terme und Gleichungen Nummer: 7 0 2009010047 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{4a + 8c}{4a - 8c} \cdot \frac{4a}{2a + 4c}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1 x_{S1} + \{x_1 \cdot x_2\} x_{S2}}{x_1 x_{S1} - \{x_1 \cdot x_2\} x_{S2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\} x_{S1}}{x_2 x_{S1} + \{x_2 \cdot x_3\} x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{4a + 8c}{4a - 8c} \cdot \frac{4a}{2a + 4c} &= \frac{4 \cdot (a + 2c)}{4 \cdot (a - 2c)} \cdot \frac{2 \cdot 2a}{2 \cdot (a + 2c)} = \frac{a + 2c}{a - 2c} \cdot \frac{2a}{a + 2c} \\ &= \frac{(a + 2c) \cdot (2a)}{(a - 2c) \cdot (a + 2c)} = \frac{2a}{a - 2c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{2a^2+4ac}{a^2-4c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

1	$\frac{4a}{2a+4c}$	2	$\frac{2}{2c}$	3	$\frac{2}{4c}$	4	$-4c$
5	$\frac{-2}{4c}$	6	$\frac{2a^2-4ac}{a^2-4c^2}$	×	$\frac{2a}{a-2c}$	8	$\frac{2a^2+4ac}{a^2+4c^2}$
9	$-1 + \frac{2}{4c}$	10	$\frac{2a^2+4ac}{a^2-4c^2}$	11	$4c$	12	$\frac{2 \cdot a}{a+2c}$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{4a}{2a+4c}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 12)
2	$\frac{2}{2c}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 10)
3	$\frac{2}{4c}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 6)
4	$-4c$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 13)
5	$\frac{-2}{4c}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 5)
6	$\frac{2a^2-4ac}{a^2-4c^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3)
×	$\frac{2a}{a-2c}$	richtig
8	$\frac{2a^2+4ac}{a^2+4c^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4)
9	$-1 + \frac{2}{4c}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 7)
10	$\frac{2a^2+4ac}{a^2-4c^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2)
11	$4c$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 14)
12	$\frac{2 \cdot a}{a+2c}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 11)

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 19 0 2009010048	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{6a - 5b}{5b + 6a} : \frac{5b - 6a}{30b + 6a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

$$\text{Der Term ist von der Form } \frac{x_1 x_{s1} - x_2 x_{s2}}{x_2 x_{s2} + x_1 x_{s1}} : \frac{x_2 x_{s2} - x_1 x_{s1}}{\{x_3 \cdot x_2\} x_{s2} + x_1 x_{s1}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$, $x_2 = 5$, $x_3 = 6$, $x_4 = 1$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = b$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren.

Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{6a - 5b}{5b + 6a} : \frac{5b - 6a}{30b + 6a} &= \frac{6a - 5b}{5b + 6a} \cdot \frac{30b + 6a}{5b - 6a} = \frac{6a - 5b}{5b + 6a} \cdot \frac{30b + 6a}{-(6a - 5b)} \\ &= \frac{(6a - 5b) \cdot (30b + 6a)}{-(6a - 5b) \cdot (5b + 6a)} = \frac{30b + 6a}{(-1) \cdot (5b + 6a)} = -\frac{30b + 6a}{5b + 6a} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$-6 \cdot \frac{(5b-6a)^2}{(5b+6a)^2}$	<input type="checkbox"/> 2	$6 \cdot \frac{(5b-6a)^2}{(5b+6a)^2}$	<input type="checkbox"/> 3	$-\frac{(5b-6a)^2}{6 \cdot (5b+6a)^2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{30b+6a}{5b-6a}$
<input type="checkbox"/> 5	-6	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-(5b-6a)^2}{(30b+6a) \cdot (5b+6a)}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{(5b-6a)^2}{6 \cdot (5b+6a)^2}$	<input type="checkbox"/> 8	6
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{6}$	<input type="checkbox"/> X	$-\frac{30b+6a}{5b+6a}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{(5b-6a)^2}{(30b+6a) \cdot (5b+6a)}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{30b+6a}{5b+6a}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$-6 \cdot \frac{(5b-6a)^2}{(5b+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 2	$6 \cdot \frac{(5b-6a)^2}{(5b+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 3	$-\frac{(5b-6a)^2}{6 \cdot (5b+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{30b+6a}{5b-6a}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 5	-6	DF: Falsch dividiert (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-(5b-6a)^2}{(30b+6a) \cdot (5b+6a)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{(5b-6a)^2}{6 \cdot (5b+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 8	6	DF: Falsch dividiert (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{6}$	DF: Falsch dividiert (FNr 12)
<input type="checkbox"/> X	$-\frac{30b+6a}{5b+6a}$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{(5b-6a)^2}{(30b+6a) \cdot (5b+6a)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{30b+6a}{5b+6a}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2)

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 26 0 2009010046	Kl: 8X
Grad: 10	Zeit: 20	Quelle: eigen	W

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(2a-7c)^2}{(2a-7c)(2a+7c)} \cdot 2b$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2}{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})(x_1x_{s1} + x_2x_{s2})} \cdot x_3x_{s3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$, $x_2 = 7$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a-b)^2$ als $(a-b) \cdot (a-b)$ schreiben können. Bei faktoriSiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Rechnung:

$$\frac{(2a-7c)^2}{(2a-7c)(2a+7c)} \cdot 2b = \frac{(2a-7c) \cdot (2a-7c)}{(2a-7c) \cdot (2a+7c)} \cdot 2b = \frac{2a-7c}{2a+7c} \cdot 2b$$

$$= \frac{(2a - 7c) \cdot 2b}{2a + 7c} = \frac{4ab - 14cb}{2a + 7c}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{8a^2b-56acb+98c^2b}{4a^2-49c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{8a^2b-56acb+98c^2b}{8a^2b-98c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{4ab+14cb}{2a+7c}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{8a^2b+56acb+98c^2b}{4a^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{8a^2b-56acb+98c^2b}{4a^2-49c^2}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\frac{4ab-14cb}{2a+7c}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{4ab+14cb}{2a-7c}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{8a^2b+56acb+98c^2b}{8a^2b-98c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{4a^2+28ac+49c^2}{4a^2-49c^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{2b}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-2b$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{4ab+14cb}{4ab-14cb}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $2b$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{8a^2b-56acb+98c^2b}{8a^2b-98c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{4ab+14cb}{2a+7c}$ | RF: Falsch gekürzt (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{8a^2b+56acb+98c^2b}{4a^2-49c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{8a^2b-56acb+98c^2b}{4a^2-49c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 8) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\frac{4ab-14cb}{2a+7c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{4ab+14cb}{2a-7c}$ | RF: Falsch gekürzt (FNr 15) |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{8a^2b+56acb+98c^2b}{8a^2b-98c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{4a^2+28ac+49c^2}{4a^2-49c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{2b}$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 20) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-2b$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 19) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{4ab+14cb}{4ab-14cb}$ | RF: Falsch multipliziert (FNr 16) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $2b$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 18) |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>