

**Mathematik Online - Übungen Blatt 12**

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 1 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

**Aufgabe 12.1.1:**

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{(5a - 2b)^2 - (5a + 2b)^2}{10ab}$ .

**Parameter:**

$x_1$  = Erste Zahl des Terms

$x_2$  = Zweite Zahl des Terms

$x_3$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_3$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 1$  sowie  $x_{s1} = a$  und  $x_{s2} = b$ .

**Erklärung:**

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \frac{(5a - 2b)^2 - (5a + 2b)^2}{10ab} &= \frac{5^2a^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot ab + 2^2b^2 - (25a^2 + 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot ab + 4b^2)}{10ab} \\ &= \frac{25a^2 - 20ab + 4b^2 - 25a^2 - 20ab - 4b^2}{10ab} = \frac{-40ab}{10ab} = -4 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                             |                             |                             |                                       |                              |                             |                             |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 0                           | <input type="checkbox"/> 2  | -2                          | <input type="checkbox"/> 3            | $-5a + 2b$                   | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{25a^2 + 4b^2}{10ab}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{25a^2 - 4b^2}{10ab}$ | <input type="checkbox"/> 6  | $\frac{50a^2 - 8b^2}{10ab}$ | <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{-50a^2 - 8b^2}{10ab}$ | <input type="checkbox"/> 8  | 4                           |
| <input type="checkbox"/> 9 | 2                           | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{50a^2 + 8b^2}{10ab}$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | -4                           | <input type="checkbox"/> 12 | $-5a - 2b$                  |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	0	RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 2	-2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 3	$-5a + 2b$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{25a^2+4b^2}{10ab}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{25a^2-4b^2}{10ab}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{50a^2-8b^2}{10ab}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{-50a^2-8b^2}{10ab}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 8	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 9	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{50a^2+8b^2}{10ab}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)
<input checked="" type="checkbox"/> 11	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$-5a - 2b$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7)

Klasse 9                      Blatt 12                      Kapitel 1                      Terme  
 Division                      Terme und Gleichungen      Nummer: 5 0 2009010048      Kl: 8X  
 Grad: 10 Zeit: 20      Quelle: eigen                      W

### Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{2c - 7b}{7b + 2c} : \frac{7b - 2c}{21b + 2c}$ .

#### Parameter:

$x_1$  = Erste Zahl des Terms

$x_2$  = Zweite Zahl des Terms,  $x_1$  und  $x_2$  haben keinen gemeinsamen Teiler

$x_3$  = Dritte Zahl des Terms

$x_4$ : Die Variablennamen werden abhängig von  $x_4$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 7$ ,  $x_3 = 3$ ,  $x_4 = 6$  sowie  $x_{S1} = c$  und  $x_{S2} = b$ .

#### Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren.

Beachten Sie auch, dass  $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$ .

#### Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{2c - 7b}{7b + 2c} : \frac{7b - 2c}{21b + 2c} &= \frac{2c - 7b}{7b + 2c} \cdot \frac{21b + 2c}{7b - 2c} = \frac{2c - 7b}{7b + 2c} \cdot \frac{21b + 2c}{-(2c - 7b)} \\ &= \frac{(2c - 7b) \cdot (21b + 2c)}{-(2c - 7b) \cdot (7b + 2c)} = \frac{21b + 2c}{(-1) \cdot (7b + 2c)} = -\frac{21b + 2c}{7b + 2c} \end{aligned}$$

#### Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	-3	<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{(7b-2c)^2}{3 \cdot (7b+2c)^2}$	<input type="checkbox"/> 3	$-3 \cdot \frac{(7b-2c)^2}{(7b+2c)^2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{21b+2c}{7b+2c}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{21b+2c}{7b-2c}$	<input checked="" type="checkbox"/> 6	$-\frac{21b+2c}{7b+2c}$	<input type="checkbox"/> 7	$3 \cdot \frac{(7b-2c)^2}{(7b+2c)^2}$	<input type="checkbox"/> 8	3
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{(7b-2c)^2}{(21b+2c) \cdot (7b+2c)}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{21b-2c}{7b+2c}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{(7b-2c)^2}{3 \cdot (7b+2c)^2}$

## Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$-3$	DF: Falsch dividiert (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{(7b-2c)^2}{3 \cdot (7b+2c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 3	$-3 \cdot \frac{(7b-2c)^2}{(7b+2c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{21b+2c}{7b+2c}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{21b+2c}{7b-2c}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4)
<input checked="" type="checkbox"/> 6	$-\frac{21b+2c}{7b+2c}$	richtig
<input type="checkbox"/> 7	$3 \cdot \frac{(7b-2c)^2}{(7b+2c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 8	$3$	DF: Falsch dividiert (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{3}$	DF: Falsch dividiert (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{(7b-2c)^2}{(21b+2c) \cdot (7b+2c)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{21b-2c}{7b+2c}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{(7b-2c)^2}{3 \cdot (7b+2c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 8)

Klasse 9                      Blatt 12                      Kapitel 1                      Terme  
Division                      Terme und Gleichungen      Nummer: 33 0 2009010046      Kl: 8X  
Grad: 10 Zeit: 20      Quelle: eigen                      W

## Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{(2a-5c)^2}{(2a-5c)(2a+5c)} \cdot 6b$ .

### Parameter:

$x_1$  = Erste Zahl des Terms

$x_2$  = Zweite Zahl des Terms,  $x_1$  und  $x_2$  haben keinen gemeinsamen Teiler

$x_3$  = Dritte Zahl des Terms

$x_4$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_4$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2}{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})(x_1x_{s1} + x_2x_{s2})} \cdot x_3x_{s3}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_3 = 6$ ,  $x_4 = 3$  sowie  $x_{s1} = a$  und  $x_{s2} = c$ .

### Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie  $(a-b)^2$  als  $(a-b) \cdot (a-b)$  schreiben können. Bei faktoriSiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz  $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$ .

### Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(2a-5c)^2}{(2a-5c)(2a+5c)} \cdot 6b &= \frac{(2a-5c) \cdot (2a-5c)}{(2a-5c) \cdot (2a+5c)} \cdot 6b = \frac{2a-5c}{2a+5c} \cdot 6b \\ &= \frac{(2a-5c) \cdot 6b}{2a+5c} = \frac{12ab-30cb}{2a+5c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis  $\frac{24a^2b-120acb+150c^2b}{4a^2-25c^2}$  nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

## Angebotene Lösungen:

- |                            |  |  |                                      |                             |  |                             |  |
|----------------------------|--|--|--------------------------------------|-----------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{12ab+30cb}{2a-5c}$                      | <input type="checkbox"/> 2             | $-6b$                                | <input type="checkbox"/> 3  | $6b$                                       | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{24a^2b+120acb+150c^2b}{24a^2b-150c^2b}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{24a^2b-120acb+150c^2b}{24a^2b-150c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 6             | $\frac{4a^2-20ac+25c^2}{4a^2-25c^2}$ | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{4a^2+20ac+25c^2}{4a^2-25c^2}$       | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{1}{6b}$                                 |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{2a+5c}{2a-5c}$                          | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{12ab-30cb}{2a+5c}$            | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{24a^2b-120acb+150c^2b}{4a^2-25c^2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{24a^2b+120acb+150c^2b}{4a^2-25c^2}$     |

## Fehlerinterpretation:

- |  |  |                                   |
|--|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1             | $\frac{12ab+30cb}{2a-5c}$                      | RF: Falsch gekürzt (FNr 15)       |
| <input type="checkbox"/> 2             | $-6b$  | RF: Zu viel gekürzt (FNr 19)      |
| <input type="checkbox"/> 3             | $6b$   | RF: Zu viel gekürzt (FNr 18)      |
| <input type="checkbox"/> 4             | $\frac{24a^2b+120acb+150c^2b}{24a^2b-150c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 11)  |
| <input type="checkbox"/> 5             | $\frac{24a^2b-120acb+150c^2b}{24a^2b-150c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 4)   |
| <input type="checkbox"/> 6             | $\frac{4a^2-20ac+25c^2}{4a^2-25c^2}$           | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 12)  |
| <input type="checkbox"/> 7             | $\frac{4a^2+20ac+25c^2}{4a^2-25c^2}$           | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 7)   |
| <input type="checkbox"/> 8             | $\frac{1}{6b}$                                 | RF: Zu viel gekürzt (FNr 20)      |
| <input type="checkbox"/> 9             | $\frac{2a+5c}{2a-5c}$                          | RF: Falsch multipliziert (FNr 17) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{12ab-30cb}{2a+5c}$                      | richtig                           |
| <input type="checkbox"/> 11            | $\frac{24a^2b-120acb+150c^2b}{4a^2-25c^2}$     | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 2)   |
| <input type="checkbox"/> 12            | $\frac{24a^2b+120acb+150c^2b}{4a^2-25c^2}$     | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 9)   |

Klasse 9                      Blatt 12                      Kapitel 1                      Terme  
 Division                      Terme und Gleichungen                      Nummer: 39 0 2009010047                      Kl: 8X  
 Grad: 10 Zeit: 20                      Quelle: eigen                      W

## Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{2b+10c}{2b-10c} \cdot \frac{10b}{5b+25c}$ .

### Parameter:

$x_1$  = Erste Zahl des Terms

$x_2$  = Zweite Zahl des Terms,  $x_1$  und  $x_2$  haben keinen gemeinsamen Teiler

$x_3$  = Dritte Zahl des Terms

$x_4$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_4$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{x_1x_{s1} + \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}}{x_1x_{s1} - \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\}x_{s1}}{x_2x_{s1} + \{x_2 \cdot x_2\}x_{s2}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_3 = 2$ ,  $x_4 = 5$  sowie  $x_{s1} = b$  und  $x_{s2} = c$ .

### Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ .

### Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{2b+10c}{2b-10c} \cdot \frac{10b}{5b+25c} &= \frac{2 \cdot (b+5c)}{2 \cdot (b-5c)} \cdot \frac{5 \cdot 2b}{5 \cdot (b+5c)} = \frac{b+5c}{b-5c} \cdot \frac{2b}{b+5c} \\ &= \frac{(b+5c) \cdot (2b)}{(b-5c) \cdot (b+5c)} = \frac{2b}{b-5c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis  $\frac{2b^2+10bc}{b^2-25c^2}$  nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

### Angebotene Lösungen:

- |                                       |                      |                             |                               |                             |                          |                             |                               |
|---------------------------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $-1 - \frac{2}{25c}$ | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{2}{5c}$                | <input type="checkbox"/> 3  | $-10c$                   | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{-2}{25c}$              |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\frac{2b}{b-5c}$    | <input type="checkbox"/> 6  | $10c$                         | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{2 \cdot b}{b+5c}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{2b^2+10bc}{b^2-25c^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9            | $-1 + \frac{2}{25c}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{2b^2-10bc}{b^2-25c^2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{-2}{5c}$          | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{2b^2+10bc}{b^2+25c^2}$ |

### Fehlerinterpretation:

- |                                       |                               |                                      |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $-1 - \frac{2}{25c}$          | DF: Falsch gekürzt (FNr 8)           |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{2}{5c}$                | DF: Zu viel gekürzt (FNr 10)         |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-10c$                        | DF: Zu viel gekürzt (FNr 13)         |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\frac{-2}{25c}$              | DF: Falsch gekürzt (FNr 5)           |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\frac{2b}{b-5c}$             | richtig                              |
| <input type="checkbox"/> 6            | $10c$                         | DF: Zu viel gekürzt (FNr 14)         |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{2 \cdot b}{b+5c}$      | DF: Zu viel gekürzt (FNr 11)         |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\frac{2b^2+10bc}{b^2-25c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 9            | $-1 + \frac{2}{25c}$          | DF: Falsch gekürzt (FNr 7)           |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{2b^2-10bc}{b^2-25c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\frac{-2}{5c}$               | DF: Zu viel gekürzt (FNr 9)          |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\frac{2b^2+10bc}{b^2+25c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4) |

### Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>