

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 5 0 2009010046	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(2c-5b)^2}{(2c-5b)(2c+5b)} \cdot 2a$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2}{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})(x_1x_{s1} + x_2x_{s2})} \cdot x_3x_{s3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, $x_3 = 2$, $x_4 = 6$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = b$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a-b)^2$ als $(a-b) \cdot (a-b)$ schreiben können. Bei faktoriisiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(2c-5b)^2}{(2c-5b)(2c+5b)} \cdot 2a &= \frac{(2c-5b) \cdot (2c-5b)}{(2c-5b) \cdot (2c+5b)} \cdot 2a = \frac{2c-5b}{2c+5b} \cdot 2a \\ &= \frac{(2c-5b) \cdot 2a}{2c+5b} = \frac{4ca-10ba}{2c+5b} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{8c^2a-40cba+50b^2a}{4c^2-25b^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{4ca+10ba}{2c-5b}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{8c^2a+40cba+50b^2a}{8c^2a-50b^2a}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{4ca+10ba}{2c+5b}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2c+5b}{2c-5b}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\frac{4ca-10ba}{2c+5b}$ | <input type="checkbox"/> 6 $2a$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{4ca+10ba}{4ca-10ba}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{8c^2a+40cba+50b^2a}{4c^2-25b^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{8c^2a-40cba+50b^2a}{8c^2a-50b^2a}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{4c^2+20cb+25b^2}{4c^2-25b^2}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{8c^2a-40cba+50b^2a}{4c^2-25b^2}$ | <input type="checkbox"/> 12 $-2a$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{4ca+10ba}{2c-5b}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{8c^2a+40cba+50b^2a}{8c^2a-50b^2a}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{4ca+10ba}{2c+5b}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{2c+5b}{2c-5b}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 17)
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\frac{4ca-10ba}{2c+5b}$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$2a$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 18)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{4ca+10ba}{4ca-10ba}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 16)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{8c^2a+40cba+50b^2a}{4c^2-25b^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{8c^2a-40cba+50b^2a}{8c^2a-50b^2a}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4c^2+20cb+25b^2}{4c^2-25b^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{8c^2a-40cba+50b^2a}{4c^2-25b^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 12	$-2a$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 19)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 9 0 2009010048 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{6a-5c}{5c+6a} : \frac{5c-6a}{25c+6a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$, $x_2 = 5$, $x_3 = 5$, $x_4 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren.

Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{6a-5c}{5c+6a} : \frac{5c-6a}{25c+6a} &= \frac{6a-5c}{5c+6a} \cdot \frac{25c+6a}{5c-6a} = \frac{6a-5c}{5c+6a} \cdot \frac{25c+6a}{-(6a-5c)} \\ &= \frac{(6a-5c) \cdot (25c+6a)}{-(6a-5c) \cdot (5c+6a)} = \frac{25c+6a}{(-1) \cdot (5c+6a)} = -\frac{25c+6a}{5c+6a} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$-\frac{25c+6a}{5c+6a}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{25c+6a}{5c+6a}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{(5c-6a)^2}{5 \cdot (5c+6a)^2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{5}$
<input type="checkbox"/> 5	-5	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-(5c-6a)^2}{(25c+6a) \cdot (5c+6a)}$	<input type="checkbox"/> 7	$-5 \cdot \frac{(5c-6a)^2}{(5c+6a)^2}$	<input type="checkbox"/> 8	$5 \cdot \frac{(5c-6a)^2}{(5c+6a)^2}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{25c+6a}{5c-6a}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{25c-6a}{5c+6a}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{(5c-6a)^2}{(25c+6a) \cdot (5c+6a)}$	<input type="checkbox"/> 12	$-\frac{(5c-6a)^2}{5 \cdot (5c+6a)^2}$

Fehlerinterpretation:

⊗	$-\frac{25c+6a}{5c+6a}$	richtig
2	$\frac{25c+6a}{5c+6a}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2)
3	$\frac{(5c-6a)^2}{5 \cdot (5c+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 8)
4	$\frac{1}{5}$	DF: Falsch dividiert (FNr 12)
5	-5	DF: Falsch dividiert (FNr 13)
6	$\frac{-(5c-6a)^2}{(25c+6a) \cdot (5c+6a)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 9)
7	$-5 \cdot \frac{(5c-6a)^2}{(5c+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 5)
8	$5 \cdot \frac{(5c-6a)^2}{(5c+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 7)
9	$\frac{25c+6a}{5c-6a}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4)
10	$\frac{25c-6a}{5c+6a}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3)
11	$\frac{(5c-6a)^2}{(25c+6a) \cdot (5c+6a)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 10)
12	$-\frac{(5c-6a)^2}{5 \cdot (5c+6a)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 6)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
Division Terme und Gleichungen Nummer: 22 0 2009010047 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{5b+20a}{5b-20a} \cdot \frac{8b}{4b+16a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

$$\text{Der Term ist von der Form } \frac{x_1 x_{s1} + \{x_1 \cdot x_2\} x_{s2}}{x_1 x_{s1} - \{x_1 \cdot x_2\} x_{s2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\} x_{s1}}{x_2 x_{s1} + \{x_2 \cdot x_3\} x_{s2}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{5b+20a}{5b-20a} \cdot \frac{8b}{4b+16a} &= \frac{5 \cdot (b+4a)}{5 \cdot (b-4a)} \cdot \frac{4 \cdot 2b}{4 \cdot (b+4a)} = \frac{b+4a}{b-4a} \cdot \frac{2b}{b+4a} \\ &= \frac{(b+4a) \cdot (2b)}{(b-4a) \cdot (b+4a)} = \frac{2b}{b-4a} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{2b^2+8ba}{b^2-16a^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{-2}{16a}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{2b^2+8ba}{b^2-16a^2}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{2 \cdot b}{b+4a}$	<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{2b}{b-4a}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{2}{4a}$	<input type="checkbox"/> 6	$8a$	<input type="checkbox"/> 7	$-1 - \frac{2}{16a}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{-2}{4a}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{2b^2-8ba}{b^2-16a^2}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{2}{16a}$	<input type="checkbox"/> 11	$-1 + \frac{2}{16a}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{2b^2+8ba}{b^2+16a^2}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{-2}{16a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{2b^2+8ba}{b^2-16a^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{2 \cdot b}{b+4a}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 11)
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{2b}{b-4a}$	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{2}{4a}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 6	$8a$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 7	$-1 - \frac{2}{16a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{-2}{4a}$	DF: Zu viel gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{2b^2-8ba}{b^2-16a^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{2}{16a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 11	$-1 + \frac{2}{16a}$	DF: Falsch gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{2b^2+8ba}{b^2+16a^2}$	DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4)

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 41 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(3a - 2c)^2 - (3a + 2c)^2}{6ac}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablennamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ sowie $x_{S1} = a$ und $x_{S2} = c$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\frac{(3a-2c)^2 - (3a+2c)^2}{6ac} = \frac{3^2a^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot ac + 2^2c^2 - (9a^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot ac + 4c^2)}{6ac}$$

$$= \frac{9a^2 - 12ac + 4c^2 - 9a^2 - 12ac - 4c^2}{6ac} = \frac{-24ac}{6ac} = -4$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{-18a^2-8c^2}{6ac}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{18a^2-8c^2}{6ac}$	<input type="checkbox"/> 3	0	<input type="checkbox"/> 4	-4
<input type="checkbox"/> 5	$3a+2c$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{9a^2-4c^2}{6ac}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{-9a^2-4c^2}{6ac}$	<input type="checkbox"/> 8	2
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{18a^2+8c^2}{6ac}$	<input type="checkbox"/> 10	$-3a+2c$	<input type="checkbox"/> 11	$-3a-2c$	<input type="checkbox"/> 12	4

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{-18a^2-8c^2}{6ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{18a^2-8c^2}{6ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 3	0	RF: $(a-b)^2 - (a+b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 4	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$3a+2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{9a^2-4c^2}{6ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{-9a^2-4c^2}{6ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 8	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{18a^2+8c^2}{6ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 10	$-3a+2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 11	$-3a-2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 12	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>