

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 16 0 2009010047	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{2b + 12c}{2b - 12c} \cdot \frac{12b}{6b + 36c}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

$$\text{Der Term ist von der Form } \frac{x_1 x_{s1} + \{x_1 \cdot x_2\} x_{s2}}{x_1 x_{s1} - \{x_1 \cdot x_2\} x_{s2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\} x_{s1}}{x_2 x_{s1} + \{x_2 \cdot x_2\} x_{s2}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$, $x_2 = 6$, $x_3 = 2$, $x_4 = 5$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{2b + 12c}{2b - 12c} \cdot \frac{12b}{6b + 36c} &= \frac{2 \cdot (b + 6c)}{2 \cdot (b - 6c)} \cdot \frac{6 \cdot 2b}{6 \cdot (b + 6c)} = \frac{b + 6c}{b - 6c} \cdot \frac{2b}{b + 6c} \\ &= \frac{(b + 6c) \cdot (2b)}{(b - 6c) \cdot (b + 6c)} = \frac{2b}{b - 6c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{2b^2 + 12bc}{b^2 - 36c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{2}{36c}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{2}{6c}$ | <input type="checkbox"/> 3 $-1 - \frac{2}{36c}$ | <input type="checkbox"/> 4 $-12c$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{2b^2 - 12bc}{b^2 - 36c^2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{2b^2 + 12bc}{b^2 - 36c^2}$ | <input type="checkbox"/> 7 $12c$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{-2}{6c}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $\frac{2b}{b - 6c}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{12b}{6b + 36c}$ | <input type="checkbox"/> 11 $-1 + \frac{2}{36c}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{-2}{36c}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{2}{36c}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 6) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{2}{6c}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-1 - \frac{2}{36c}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-12c$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{2b^2-12bc}{b^2-36c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{2b^2+12bc}{b^2-36c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 7 | $12c$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{-2}{6c}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 9) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $\frac{2b}{b-6c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{12b}{6b+36c}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-1 + \frac{2}{36c}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{-2}{36c}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 5) |

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 19 0 2009010048 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{8a-7b}{7b+8a} : \frac{7b-8a}{49b+8a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

$$\text{Der Term ist von der Form } \frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 7$, $x_3 = 7$, $x_4 = 1$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = b$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren.

Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{8a-7b}{7b+8a} : \frac{7b-8a}{49b+8a} &= \frac{8a-7b}{7b+8a} \cdot \frac{49b+8a}{7b-8a} = \frac{8a-7b}{7b+8a} \cdot \frac{49b+8a}{-(8a-7b)} \\ &= \frac{(8a-7b) \cdot (49b+8a)}{-(8a-7b) \cdot (7b+8a)} = \frac{49b+8a}{(-1) \cdot (7b+8a)} = -\frac{49b+8a}{7b+8a} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{49b+8a}{7b+8a}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{(7b-8a)^2}{7 \cdot (7b+8a)^2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-7 \cdot \frac{(7b-8a)^2}{(7b+8a)^2}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{49b-8a}{7b+8a}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{(7b-8a)^2}{(49b+8a) \cdot (7b+8a)}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{-(7b-8a)^2}{(49b+8a) \cdot (7b+8a)}$ | <input type="checkbox"/> 7 | 7 | <input type="checkbox"/> 8 | $-\frac{(7b-8a)^2}{7 \cdot (7b+8a)^2}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $-\frac{49b+8a}{7b+8a}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $7 \cdot \frac{(7b-8a)^2}{(7b+8a)^2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{49b+8a}{7b-8a}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{7}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{49b+8a}{7b+8a}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{(7b-8a)^2}{7 \cdot (7b+8a)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-7 \cdot \frac{(7b-8a)^2}{(7b+8a)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{49b-8a}{7b+8a}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{(7b-8a)^2}{(49b+8a) \cdot (7b+8a)}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{-(7b-8a)^2}{(49b+8a) \cdot (7b+8a)}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 9) |
| <input type="checkbox"/> 7 | 7 | DF: Falsch dividiert (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-\frac{(7b-8a)^2}{7 \cdot (7b+8a)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 6) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $-\frac{49b+8a}{7b+8a}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 | $7 \cdot \frac{(7b-8a)^2}{(7b+8a)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{49b+8a}{7b-8a}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{7}$ | DF: Falsch dividiert (FNr 12) |

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
Division Terme und Gleichungen Nummer: 38 0 2009010045 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(3c-3b)^2 - (3c+3b)^2}{9cb}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablenamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$ sowie $x_{S1} = c$ und $x_{S2} = b$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \qquad (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a+3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(3c-3b)^2 - (3c+3b)^2}{9cb} &= \frac{3^2c^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot cb + 3^2b^2 - (9c^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot cb + 9b^2)}{9cb} \\ &= \frac{9c^2 - 18cb + 9b^2 - 9c^2 - 18cb - 9b^2}{9cb} = \frac{-36cb}{9cb} = -4 \end{aligned}$$

Angebote Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	4	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{9c^2+9b^2}{9cb}$	<input type="checkbox"/> 3	2	<input type="checkbox"/> 4	$-3c + 3b$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-9c^2-9b^2}{9cb}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-18c^2-18b^2}{9cb}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{9c^2-9b^2}{9cb}$	<input type="checkbox"/> 8	$-3c - 3b$
<input type="checkbox"/> 9	$3c + 3b$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{18c^2+18b^2}{9cb}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{18c^2-18b^2}{9cb}$	<input checked="" type="checkbox"/>	-4

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{9c^2+9b^2}{9cb}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 3	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 4	$-3c + 3b$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-9c^2-9b^2}{9cb}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-18c^2-18b^2}{9cb}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{9c^2-9b^2}{9cb}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 8	$-3c - 3b$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 9	$3c + 3b$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 6)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{18c^2+18b^2}{9cb}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{18c^2-18b^2}{9cb}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input checked="" type="checkbox"/>	-4	richtig

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
Division Terme und Gleichungen Nummer: 42 0 2009010046 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(8a - 7c)^2}{(8a - 7c)(8a + 7c)} \cdot 2b$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2}{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})(x_1x_{S1} + x_2x_{S2})} \cdot x_3x_{S3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 7$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$ sowie $x_{S1} = a$ und $x_{S2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a - b)^2$ als $(a - b) \cdot (a - b)$ schreiben können. Bei faktoriSiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(8a - 7c)^2}{(8a - 7c)(8a + 7c)} \cdot 2b &= \frac{(8a - 7c) \cdot (8a - 7c)}{(8a - 7c) \cdot (8a + 7c)} \cdot 2b = \frac{8a - 7c}{8a + 7c} \cdot 2b \\ &= \frac{(8a - 7c) \cdot 2b}{8a + 7c} = \frac{16ab - 14cb}{8a + 7c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{128a^2b-224acb+98c^2b}{64a^2-49c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--|-----------------------------|--|-----------------------------|---------------------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{128a^2b-224acb+98c^2b}{64a^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{128a^2b+224acb+98c^2b}{64a^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $2b$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{64a^2-112ac+49c^2}{64a^2-49c^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{1}{2b}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{16ab+14cb}{16ab-14cb}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{8a+7c}{8a-7c}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $\frac{16ab-14cb}{8a+7c}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{128a^2b-224acb+98c^2b}{128a^2b-98c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{128a^2b+224acb+98c^2b}{128a^2b-98c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{16ab+14cb}{8a-7c}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{16ab+14cb}{8a+7c}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{128a^2b-224acb+98c^2b}{64a^2-49c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{128a^2b+224acb+98c^2b}{64a^2-49c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 9) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $2b$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 18) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{64a^2-112ac+49c^2}{64a^2-49c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{1}{2b}$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 20) |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{16ab+14cb}{16ab-14cb}$ | RF: Falsch multipliziert (FNr 16) |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{8a+7c}{8a-7c}$ | RF: Falsch multipliziert (FNr 17) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $\frac{16ab-14cb}{8a+7c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{128a^2b-224acb+98c^2b}{128a^2b-98c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{128a^2b+224acb+98c^2b}{128a^2b-98c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{16ab+14cb}{8a-7c}$ | RF: Falsch gekürzt (FNr 15) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{16ab+14cb}{8a+7c}$ | RF: Falsch gekürzt (FNr 14) |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>