

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 14 0 2009010048	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{4b - 7a}{7a + 4b} : \frac{7a - 4b}{35a + 4b}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

$$\text{Der Term ist von der Form } \frac{x_1 x_{S1} - x_2 x_{S2}}{x_2 x_{S2} + x_1 x_{S1}} : \frac{x_2 x_{S2} - x_1 x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\} x_{S2} + x_1 x_{S1}}$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 7$, $x_3 = 5$, $x_4 = 2$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren. Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{4b - 7a}{7a + 4b} : \frac{7a - 4b}{35a + 4b} &= \frac{4b - 7a}{7a + 4b} \cdot \frac{35a + 4b}{7a - 4b} = \frac{4b - 7a}{7a + 4b} \cdot \frac{35a + 4b}{-(4b - 7a)} \\ &= \frac{(4b - 7a) \cdot (35a + 4b)}{-(4b - 7a) \cdot (7a + 4b)} = \frac{35a + 4b}{(-1) \cdot (7a + 4b)} = -\frac{35a + 4b}{7a + 4b} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{-(7a-4b)^2}{(35a+4b) \cdot (7a+4b)}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 2 $-\frac{35a+4b}{7a+4b}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{(7a-4b)^2}{(35a+4b) \cdot (7a+4b)}$ | <input type="checkbox"/> 4 -5 |
| <input type="checkbox"/> 5 $-5 \cdot \frac{(7a-4b)^2}{(7a+4b)^2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{35a-4b}{7a+4b}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{35a+4b}{7a-4b}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{(7a-4b)^2}{5 \cdot (7a+4b)^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $5 \cdot \frac{(7a-4b)^2}{(7a+4b)^2}$ | <input type="checkbox"/> 10 $-\frac{(7a-4b)^2}{5 \cdot (7a+4b)^2}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{5}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{35a+4b}{7a+4b}$ |

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{-(7a-4b)^2}{(35a+4b) \cdot (7a+4b)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 9)
X	$-\frac{35a+4b}{7a+4b}$	richtig
3	$\frac{(7a-4b)^2}{(35a+4b) \cdot (7a+4b)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 10)
4	-5	DF: Falsch dividiert (FNr 13)
5	$-5 \cdot \frac{(7a-4b)^2}{(7a+4b)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 5)
6	$\frac{35a-4b}{7a+4b}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3)
7	$\frac{35a+4b}{7a-4b}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4)
8	$\frac{(7a-4b)^2}{5 \cdot (7a+4b)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 8)
9	$5 \cdot \frac{(7a-4b)^2}{(7a+4b)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 7)
10	$-\frac{(7a-4b)^2}{5 \cdot (7a+4b)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 6)
11	$\frac{1}{5}$	DF: Falsch dividiert (FNr 12)
12	$\frac{35a+4b}{7a+4b}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 16 0 2009010047 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{2c + 10a}{2c - 10a} \cdot \frac{15c}{5c + 25a}$.

Parameter:

- x_1 = Erste Zahl des Terms
- x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler
- x_3 = Dritte Zahl des Terms
- x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1 x_{S1} + \{x_1 \cdot x_2\} x_{S2}}{x_1 x_{S1} - \{x_1 \cdot x_2\} x_{S2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\} x_{S1}}{x_2 x_{S1} + \{x_2 \cdot x_2\} x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{2c + 10a}{2c - 10a} \cdot \frac{15c}{5c + 25a} &= \frac{2 \cdot (c + 5a)}{2 \cdot (c - 5a)} \cdot \frac{5 \cdot 3c}{5 \cdot (c + 5a)} = \frac{c + 5a}{c - 5a} \cdot \frac{3c}{c + 5a} \\ &= \frac{(c + 5a) \cdot (3c)}{(c - 5a) \cdot (c + 5a)} = \frac{3c}{c - 5a} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{3c^2 + 15ca}{c^2 - 25a^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---|-------------------------------|----|----------------------|----|-------------------------------|----|--------------------------|
| 1 | $\frac{3c^2+15ca}{c^2+25a^2}$ | 2 | $\frac{15c}{5c+25a}$ | 3 | $\frac{3c^2+15ca}{c^2-25a^2}$ | 4 | $\frac{3}{25a}$ |
| 5 | $\frac{-3}{5a}$ | 6 | $-1 - \frac{3}{25a}$ | × | $\frac{3c}{c-5a}$ | 8 | $-1 + \frac{3}{25a}$ |
| 9 | $-15a$ | 10 | $\frac{-3}{25a}$ | 11 | $15a$ | 12 | $\frac{3 \cdot c}{c+5a}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|----|-------------------------------|--------------------------------------|
| 1 | $\frac{3c^2+15ca}{c^2+25a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4) |
| 2 | $\frac{15c}{5c+25a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 12) |
| 3 | $\frac{3c^2+15ca}{c^2-25a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2) |
| 4 | $\frac{3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 6) |
| 5 | $\frac{-3}{5a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 9) |
| 6 | $-1 - \frac{3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 8) |
| × | $\frac{3c}{c-5a}$ | richtig |
| 8 | $-1 + \frac{3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 7) |
| 9 | $-15a$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 13) |
| 10 | $\frac{-3}{25a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 5) |
| 11 | $15a$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 14) |
| 12 | $\frac{3 \cdot c}{c+5a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 11) |

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 35 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10	Zeit: 20	Quelle: eigen	W

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(4a - 2c)^2 - (4a + 2c)^2}{8ac}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablennamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2 - (x_1x_{s1} + x_2x_{s2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{s1}x_{s2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a+3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\frac{(4a - 2c)^2 - (4a + 2c)^2}{8ac} = \frac{4^2a^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot ac + 2^2c^2 - (16a^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot ac + 4c^2)}{8ac}$$

$$= \frac{16a^2 - 16ac + 4c^2 - 16a^2 - 16ac - 4c^2}{8ac} = \frac{-32ac}{8ac} = -4$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$-4a - 2c$	<input type="checkbox"/> 2	$4a + 2c$	<input type="checkbox"/> X	-4	<input type="checkbox"/> 4	4
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-16a^2-4c^2}{8ac}$	<input type="checkbox"/> 6	0	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{16a^2+4c^2}{8ac}$	<input type="checkbox"/> 8	-2
<input type="checkbox"/> 9	$-4a + 2c$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{32a^2-8c^2}{8ac}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{16a^2-4c^2}{8ac}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{32a^2+8c^2}{8ac}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$-4a - 2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 2	$4a + 2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 8)
<input type="checkbox"/> X	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 4	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-16a^2-4c^2}{8ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 6	0	RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{16a^2+4c^2}{8ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 8	-2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 9	$-4a + 2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{32a^2-8c^2}{8ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{16a^2-4c^2}{8ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{32a^2+8c^2}{8ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 38 0 2009010046 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(2a - 5c)^2}{(2a - 5c)(2a + 5c)} \cdot 2b$.

Parameter:

- x_1 = Erste Zahl des Terms
- x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler
- x_3 = Dritte Zahl des Terms
- x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2}{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})(x_1x_{s1} + x_2x_{s2})} \cdot x_3x_{s3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$ sowie $x_{s1} = a$ und $x_{s2} = c$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a - b)^2$ als $(a - b) \cdot (a - b)$ schreiben können. Bei faktoriSiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Rechnung:

$$\frac{(2a - 5c)^2}{(2a - 5c)(2a + 5c)} \cdot 2b = \frac{(2a - 5c) \cdot (2a - 5c)}{(2a - 5c) \cdot (2a + 5c)} \cdot 2b = \frac{2a - 5c}{2a + 5c} \cdot 2b$$

$$= \frac{(2a - 5c) \cdot 2b}{2a + 5c} = \frac{4ab - 10cb}{2a + 5c}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{8a^2b-40acb+50c^2b}{4a^2-25c^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{4a^2+20ac+25c^2}{4a^2-25c^2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{8a^2b-40acb+50c^2b}{4a^2-25c^2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{8a^2b+40acb+50c^2b}{8a^2b-50c^2b}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $2b$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{8a^2b-40acb+50c^2b}{8a^2b-50c^2b}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $\frac{4ab-10cb}{2a+5c}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{8a^2b+40acb+50c^2b}{4a^2-25c^2}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{1}{2b}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{4ab+10cb}{2a+5c}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-2b$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{2a+5c}{2a-5c}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{4ab+10cb}{2a-5c}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{4a^2+20ac+25c^2}{4a^2-25c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{8a^2b-40acb+50c^2b}{4a^2-25c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{8a^2b+40acb+50c^2b}{8a^2b-50c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $2b$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 18) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{8a^2b-40acb+50c^2b}{8a^2b-50c^2b}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 10) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $\frac{4ab-10cb}{2a+5c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{8a^2b+40acb+50c^2b}{4a^2-25c^2}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 9) |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{1}{2b}$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 20) |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{4ab+10cb}{2a+5c}$ | RF: Falsch gekürzt (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-2b$ | RF: Zu viel gekürzt (FNr 19) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{2a+5c}{2a-5c}$ | RF: Falsch multipliziert (FNr 17) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{4ab+10cb}{2a-5c}$ | RF: Falsch gekürzt (FNr 15) |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>