

**Mathematik Online - Übungen Blatt 12**

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 2 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

**Aufgabe 12.1.1:**

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{(7a - 2c)^2 - (7a + 2c)^2}{14ac}$ .

**Parameter:** $x_1$  = Erste Zahl des Terms $x_2$  = Zweite Zahl des Terms $x_3$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_3$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$  sowie  $x_{s1} = a$  und  $x_{s2} = c$ .

**Erklärung:**

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \frac{(7a - 2c)^2 - (7a + 2c)^2}{14ac} &= \frac{7^2a^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot ac + 2^2c^2 - (49a^2 + 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot ac + 4c^2)}{14ac} \\ &= \frac{49a^2 - 28ac + 4c^2 - 49a^2 - 28ac - 4c^2}{14ac} = \frac{-56ac}{14ac} = -4 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |                                       |                             |                             |                             |                             |                             |                             |                              |
|---------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | 4                           | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{49a^2 - 4c^2}{14ac}$ | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{49a^2 + 4c^2}{14ac}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{-98a^2 - 8c^2}{14ac}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | -4                          | <input type="checkbox"/> 6  | $7a + 2c$                   | <input type="checkbox"/> 7  | 0                           | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{98a^2 - 8c^2}{14ac}$  |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{98a^2 + 8c^2}{14ac}$ | <input type="checkbox"/> 10 | -2                          | <input type="checkbox"/> 11 | 2                           | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{-49a^2 - 4c^2}{14ac}$ |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{49a^2-4c^2}{14ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{49a^2+4c^2}{14ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{-98a^2-8c^2}{14ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input checked="" type="checkbox"/> 5	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$7a + 2c$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 8)
<input type="checkbox"/> 7	0	RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{98a^2-8c^2}{14ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 10)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{98a^2+8c^2}{14ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 11)
<input type="checkbox"/> 10	-2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 11	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{-49a^2-4c^2}{14ac}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 15)

Klasse 9                      Blatt 12                      Kapitel 1                      Terme  
 Division                      Terme und Gleichungen      Nummer: 17 0 2009010048      Kl: 8X  
 Grad: 10 Zeit: 20      Quelle: eigen                      W

### Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{8c - 7a}{7a + 8c} : \frac{7a - 8c}{42a + 8c}$ .

#### Parameter:

- $x_1$  = Erste Zahl des Terms
- $x_2$  = Zweite Zahl des Terms,  $x_1$  und  $x_2$  haben keinen gemeinsamen Teiler
- $x_3$  = Dritte Zahl des Terms
- $x_4$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_4$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 7$ ,  $x_3 = 6$ ,  $x_4 = 4$  sowie  $x_{S1} = c$  und  $x_{S2} = a$ .

#### Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren. Beachten Sie auch, dass  $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$ .

#### Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{8c - 7a}{7a + 8c} : \frac{7a - 8c}{42a + 8c} &= \frac{8c - 7a}{7a + 8c} \cdot \frac{42a + 8c}{7a - 8c} = \frac{8c - 7a}{7a + 8c} \cdot \frac{42a + 8c}{-(8c - 7a)} \\ &= \frac{(8c - 7a) \cdot (42a + 8c)}{-(8c - 7a) \cdot (7a + 8c)} = \frac{42a + 8c}{(-1) \cdot (7a + 8c)} = -\frac{42a + 8c}{7a + 8c} \end{aligned}$$

#### Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{1}{6}$	<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{(7a-8c)^2}{6 \cdot (7a+8c)^2}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{42a+8c}{7a-8c}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{42a-8c}{7a+8c}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{(7a-8c)^2}{6 \cdot (7a+8c)^2}$	<input type="checkbox"/> 6	$-6 \cdot \frac{(7a-8c)^2}{(7a+8c)^2}$	<input type="checkbox"/> 7	$6 \cdot \frac{(7a-8c)^2}{(7a+8c)^2}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{-(7a-8c)^2}{(42a+8c) \cdot (7a+8c)}$
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$-\frac{42a+8c}{7a+8c}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{(7a-8c)^2}{(42a+8c) \cdot (7a+8c)}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{42a+8c}{7a+8c}$	<input type="checkbox"/> 12	-6

## Fehlerinterpretation:

1	$\frac{1}{6}$	DF: Falsch dividiert (FNr 12)
2	$-\frac{(7a-8c)^2}{6 \cdot (7a+8c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 6)
3	$\frac{42a+8c}{7a-8c}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4)
4	$\frac{42a-8c}{7a+8c}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3)
5	$\frac{(7a-8c)^2}{6 \cdot (7a+8c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 8)
6	$-6 \cdot \frac{(7a-8c)^2}{(7a+8c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 5)
7	$6 \cdot \frac{(7a-8c)^2}{(7a+8c)^2}$	DF: Nicht dividiert (FNr 7)
8	$\frac{-(7a-8c)^2}{(42a+8c) \cdot (7a+8c)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 9)
×	$-\frac{42a+8c}{7a+8c}$	richtig
10	$\frac{(7a-8c)^2}{(42a+8c) \cdot (7a+8c)}$	DF: Nicht dividiert (FNr 10)
11	$\frac{42a+8c}{7a+8c}$	VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2)
12	-6	DF: Falsch dividiert (FNr 13)

Klasse 9                      Blatt 12                      Kapitel 1                      Terme  
Division                      Terme und Gleichungen                      Nummer: 26 0 2009010046                      Kl: 8X  
Grad: 10 Zeit: 20                      Quelle: eigen                      W

## Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{(4b-5a)^2}{(4b-5a)(4b+5a)} \cdot 7c$ .

### Parameter:

$x_1$  = Erste Zahl des Terms

$x_2$  = Zweite Zahl des Terms,  $x_1$  und  $x_2$  haben keinen gemeinsamen Teiler

$x_3$  = Dritte Zahl des Terms

$x_4$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_4$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2}{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})(x_1x_{S1} + x_2x_{S2})} \cdot x_3x_{S3}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_3 = 7$ ,  $x_4 = 2$  sowie  $x_{S1} = b$  und  $x_{S2} = a$ .

### Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie  $(a-b)^2$  als  $(a-b) \cdot (a-b)$  schreiben können. Bei faktoriisiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz  $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$ .

### Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(4b-5a)^2}{(4b-5a)(4b+5a)} \cdot 7c &= \frac{(4b-5a) \cdot (4b-5a)}{(4b-5a) \cdot (4b+5a)} \cdot 7c = \frac{4b-5a}{4b+5a} \cdot 7c \\ &= \frac{(4b-5a) \cdot 7c}{4b+5a} = \frac{28bc-35ac}{4b+5a} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis  $\frac{112b^2c-280bac+175a^2c}{16b^2-25a^2}$  nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

## Angebote Lösungen:

- |                            |                                              |                                       |                                                  |                             |                                                  |                             |                               |
|----------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{112b^2c+280bac+175a^2c}{16b^2-25a^2}$ | <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{112b^2c-280bac+175a^2c}{112b^2c-175a^2c}$ | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{16b^2-40ba+25a^2}{16b^2-25a^2}$           | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{28bc+35ac}{4b-5a}$     |
| <input type="checkbox"/> 5 | $7c$                                         | <input type="checkbox"/> 6            | $\frac{112b^2c-280bac+175a^2c}{16b^2-25a^2}$     | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{112b^2c+280bac+175a^2c}{112b^2c-175a^2c}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{28bc+35ac}{28bc-35ac}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-7c$                                        | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{28bc-35ac}{4b+5a}$                        | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{16b^2+40ba+25a^2}{16b^2-25a^2}$           | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{7c}$                |

## Fehlerinterpretation:

- |                                       |                                                  |                                   |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\frac{112b^2c+280bac+175a^2c}{16b^2-25a^2}$     | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 9)   |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{112b^2c-280bac+175a^2c}{112b^2c-175a^2c}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 4)   |
| <input type="checkbox"/> 3            | $\frac{16b^2-40ba+25a^2}{16b^2-25a^2}$           | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 6)   |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\frac{28bc+35ac}{4b-5a}$                        | RF: Falsch gekürzt (FNr 15)       |
| <input type="checkbox"/> 5            | $7c$                                             | RF: Zu viel gekürzt (FNr 18)      |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\frac{112b^2c-280bac+175a^2c}{16b^2-25a^2}$     | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 8)   |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{112b^2c+280bac+175a^2c}{112b^2c-175a^2c}$ | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 5)   |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\frac{28bc+35ac}{28bc-35ac}$                    | RF: Falsch multipliziert (FNr 16) |
| <input type="checkbox"/> 9            | $-7c$                                            | RF: Zu viel gekürzt (FNr 19)      |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{28bc-35ac}{4b+5a}$                        | richtig                           |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\frac{16b^2+40ba+25a^2}{16b^2-25a^2}$           | DF: Noch Kürzen möglich (FNr 7)   |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\frac{1}{7c}$                                   | RF: Zu viel gekürzt (FNr 20)      |

Klasse 9                      Blatt 12                      Kapitel 1                      Terme  
 Division                      Terme und Gleichungen                      Nummer: 36 0 2009010047                      Kl: 8X  
 Grad: 10 Zeit: 20                      Quelle: eigen                      W

## Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form:  $\frac{3a+21c}{3a-21c} \cdot \frac{21a}{7a+49c}$ .

### Parameter:

$x_1$  = Erste Zahl des Terms

$x_2$  = Zweite Zahl des Terms,  $x_1$  und  $x_2$  haben keinen gemeinsamen Teiler

$x_3$  = Dritte Zahl des Terms

$x_4$ : Die Variablenamen werden abhängig von  $x_4$  permutiert.

Der Term ist von der Form  $\frac{x_1x_{s1} + \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}}{x_1x_{s1} - \{x_1 \cdot x_2\}x_{s2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\}x_{s1}}{x_2x_{s1} + \{x_2 \cdot x_2\}x_{s2}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 7$ ,  $x_3 = 3$ ,  $x_4 = 3$  sowie  $x_{s1} = a$  und  $x_{s2} = c$ .

### Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ .

### Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{3a+21c}{3a-21c} \cdot \frac{21a}{7a+49c} &= \frac{3 \cdot (a+7c)}{3 \cdot (a-7c)} \cdot \frac{7 \cdot 3a}{7 \cdot (a+7c)} = \frac{a+7c}{a-7c} \cdot \frac{3a}{a+7c} \\ &= \frac{(a+7c) \cdot (3a)}{(a-7c) \cdot (a+7c)} = \frac{3a}{a-7c} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis  $\frac{3a^2+21ac}{a^2-49c^2}$  nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

### Angebote Lösungen:

- |                            |                               |                                       |                               |                             |                      |                             |                               |
|----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{3 \cdot a}{a+7c}$      | <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{3a^2+21ac}{a^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 3  | $-1 - \frac{3}{49c}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{3a^2+21ac}{a^2+49c^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-1 + \frac{3}{49c}$          | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{3a}{a-7c}$             | <input type="checkbox"/> 7  | $21c$                | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{3}{49c}$               |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{3a^2-21ac}{a^2-49c^2}$ | <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{-3}{49c}$              | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{21a}{7a+49c}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{3}{7c}$                |

### Fehlerinterpretation:

- |                                       |                               |                                      |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\frac{3 \cdot a}{a+7c}$      | DF: Zu viel gekürzt (FNr 11)         |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{3a^2+21ac}{a^2-49c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-1 - \frac{3}{49c}$          | DF: Falsch gekürzt (FNr 8)           |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\frac{3a^2+21ac}{a^2+49c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-1 + \frac{3}{49c}$          | DF: Falsch gekürzt (FNr 7)           |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{3a}{a-7c}$             | richtig                              |
| <input type="checkbox"/> 7            | $21c$                         | DF: Zu viel gekürzt (FNr 14)         |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\frac{3}{49c}$               | DF: Falsch gekürzt (FNr 6)           |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{3a^2-21ac}{a^2-49c^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{-3}{49c}$              | DF: Falsch gekürzt (FNr 5)           |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\frac{21a}{7a+49c}$          | DF: Zu viel gekürzt (FNr 12)         |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\frac{3}{7c}$                | DF: Zu viel gekürzt (FNr 10)         |

### Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>