

Mathematik Online - Übungen Blatt 12

Klasse 9	Blatt 12	Kapitel 1	Terme
Division	Terme und Gleichungen	Nummer: 1 0 2009010045	Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: eigen	W	

Aufgabe 12.1.1:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(8c - 2a)^2 - (8c + 2a)^2}{16ca}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms

x_3 : Die Variablenamen werden abhängig von x_3 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{S1} - x_2x_{S2})^2 - (x_1x_{S1} + x_2x_{S2})^2}{\{x_1 \cdot x_2\}x_{S1}x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Die binomischen Formeln lauten (auswendig):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2 \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beachten Sie auch, dass konstante Faktoren mit quadriert werden. Beispiel:

$$(a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot ab + 9b^2$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(8c - 2a)^2 - (8c + 2a)^2}{16ca} &= \frac{8^2c^2 - 2 \cdot 8 \cdot 2 \cdot ca + 2^2a^2 - (64c^2 + 2 \cdot 8 \cdot 2 \cdot ca + 4a^2)}{16ca} \\ &= \frac{64c^2 - 32ca + 4a^2 - 64c^2 - 32ca - 4a^2}{16ca} = \frac{-64ca}{16ca} = -4 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	2	<input type="checkbox"/> 2	-2	<input type="checkbox"/> 3	0	<input type="checkbox"/> 4	$8c + 2a$
<input checked="" type="checkbox"/> 5	-4	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-128c^2 - 8a^2}{16ca}$	<input type="checkbox"/> 7	$-8c + 2a$	<input type="checkbox"/> 8	$-8c - 2a$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{64c^2 - 4a^2}{16ca}$	<input type="checkbox"/> 10	4	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{-64c^2 - 4a^2}{16ca}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{64c^2 + 4a^2}{16ca}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 2)
<input type="checkbox"/> 2	-2	VF: Bei BINF nicht verdoppelt (FNr 3)
<input type="checkbox"/> 3	0	RF: $(a - b)^2 - (a + b)^2 \neq 0$ (FNr 5)
<input type="checkbox"/> 4	$8c + 2a$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 8)
<input checked="" type="checkbox"/> X	-4	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-128c^2 - 8a^2}{16ca}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 12)
<input type="checkbox"/> 7	$-8c + 2a$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 9)
<input type="checkbox"/> 8	$-8c - 2a$	DF: Vorzeichen missachtet und aus Summe gekürzt (FNr 7)
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{64c^2 - 4a^2}{16ca}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 13)
<input type="checkbox"/> 10	4	VF: Falsches Vorzeichen (FNr 4)
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{-64c^2 - 4a^2}{16ca}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 15)
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{64c^2 + 4a^2}{16ca}$	DF: Vorzeichen missachtet (FNr 14)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
Division Terme und Gleichungen Nummer: 2 0 2009010046 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.2:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{(4b - 7a)^2}{(4b - 7a)(4b + 7a)} \cdot 5c$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablennamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})^2}{(x_1x_{s1} - x_2x_{s2})(x_1x_{s1} + x_2x_{s2})} \cdot x_3x_{s3}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 7$, $x_3 = 5$, $x_4 = 2$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie $(a - b)^2$ als $(a - b) \cdot (a - b)$ schreiben können. Bei faktoriisiertem Zähler kann der Bruch gekürzt werden. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{(4b - 7a)^2}{(4b - 7a)(4b + 7a)} \cdot 5c &= \frac{(4b - 7a) \cdot (4b - 7a)}{(4b - 7a) \cdot (4b + 7a)} \cdot 5c = \frac{4b - 7a}{4b + 7a} \cdot 5c \\ &= \frac{(4b - 7a) \cdot 5c}{4b + 7a} = \frac{20bc - 35ac}{4b + 7a} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{80b^2c - 280bac + 245a^2c}{16b^2 - 49a^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

1	$\frac{80b^2c+280bac+245a^2c}{80b^2c-245a^2c}$	2	$\frac{80b^2c-280bac+245a^2c}{16b^2-49a^2}$	3	$\frac{20bc+35ac}{20bc-35ac}$	4	$\frac{16b^2-56ba+49a^2}{16b^2-49a^2}$
5	$\frac{16b^2+56ba+49a^2}{16b^2-49a^2}$	6	$\frac{4b+7a}{4b-7a}$	7	$\frac{20bc+35ac}{4b+7a}$	8	$\frac{80b^2c-280bac+245a^2c}{80b^2c-245a^2c}$
9	$\frac{20bc+35ac}{4b-7a}$	⊗	$\frac{20bc-35ac}{4b+7a}$	11	$-5c$	12	$\frac{80b^2c+280bac+245a^2c}{16b^2-49a^2}$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{80b^2c+280bac+245a^2c}{80b^2c-245a^2c}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 5)
2	$\frac{80b^2c-280bac+245a^2c}{16b^2-49a^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 2)
3	$\frac{20bc+35ac}{20bc-35ac}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 16)
4	$\frac{16b^2-56ba+49a^2}{16b^2-49a^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 6)
5	$\frac{16b^2+56ba+49a^2}{16b^2-49a^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 7)
6	$\frac{4b+7a}{4b-7a}$	RF: Falsch multipliziert (FNr 17)
7	$\frac{20bc+35ac}{4b+7a}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 14)
8	$\frac{80b^2c-280bac+245a^2c}{80b^2c-245a^2c}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 10)
9	$\frac{20bc+35ac}{4b-7a}$	RF: Falsch gekürzt (FNr 15)
⊗	$\frac{20bc-35ac}{4b+7a}$	richtig
11	$-5c$	RF: Zu viel gekürzt (FNr 19)
12	$\frac{80b^2c+280bac+245a^2c}{16b^2-49a^2}$	DF: Noch Kürzen möglich (FNr 3)

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
 Division Terme und Gleichungen Nummer: 11 0 2009010048 Kl: 8X
 Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.3:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{8c-7b}{7b+8c} : \frac{7b-8c}{14b+8c}$.

Parameter:

- x_1 = Erste Zahl des Terms
- x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler
- x_3 = Dritte Zahl des Terms
- x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1x_{S1} - x_2x_{S2}}{x_2x_{S2} + x_1x_{S1}} : \frac{x_2x_{S2} - x_1x_{S1}}{\{x_3 \cdot x_2\}x_{S2} + x_1x_{S1}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 7$, $x_3 = 2$, $x_4 = 6$ sowie $x_{s1} = c$ und $x_{s2} = b$.

Erklärung:

Durch einen Bruch dividieren ist das gleiche wie mit dessen Kehrwert zu multiplizieren. Beachten Sie auch, dass $\frac{b-a}{a-b} = \frac{-a+b}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{8c-7b}{7b+8c} : \frac{7b-8c}{14b+8c} &= \frac{8c-7b}{7b+8c} \cdot \frac{14b+8c}{7b-8c} = \frac{8c-7b}{7b+8c} \cdot \frac{14b+8c}{-(8c-7b)} \\ &= \frac{(8c-7b) \cdot (14b+8c)}{-(8c-7b) \cdot (7b+8c)} = \frac{14b+8c}{(-1) \cdot (7b+8c)} = -\frac{14b+8c}{7b+8c} \end{aligned}$$

Angebote Lösungen:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> $-\frac{14b+8c}{7b+8c}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> $\frac{14b-8c}{7b+8c}$ |
| <input type="checkbox"/> $2 \cdot \frac{(7b-8c)^2}{(7b+8c)^2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{14b+8c}{7b+8c}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{(7b-8c)^2}{2 \cdot (7b+8c)^2}$ | <input type="checkbox"/> -2 |
| <input type="checkbox"/> $-2 \cdot \frac{(7b-8c)^2}{(7b+8c)^2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{14b+8c}{7b-8c}$ | <input type="checkbox"/> $-\frac{(7b-8c)^2}{2 \cdot (7b+8c)^2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{(7b-8c)^2}{(14b+8c) \cdot (7b+8c)}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $-\frac{14b+8c}{7b+8c}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | DF: Falsch dividiert (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 2 | DF: Falsch dividiert (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> $\frac{14b-8c}{7b+8c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 3) |
| <input type="checkbox"/> $2 \cdot \frac{(7b-8c)^2}{(7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> $\frac{14b+8c}{7b+8c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> $\frac{(7b-8c)^2}{2 \cdot (7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 8) |
| <input type="checkbox"/> -2 | DF: Falsch dividiert (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> $-2 \cdot \frac{(7b-8c)^2}{(7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> $\frac{14b+8c}{7b-8c}$ | VF: Minuszeichen vergessen (FNr 4) |
| <input type="checkbox"/> $-\frac{(7b-8c)^2}{2 \cdot (7b+8c)^2}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 6) |
| <input type="checkbox"/> $\frac{(7b-8c)^2}{(14b+8c) \cdot (7b+8c)}$ | DF: Nicht dividiert (FNr 10) |

Klasse 9 Blatt 12 Kapitel 1 Terme
Division Terme und Gleichungen Nummer: 15 0 2009010047 Kl: 8X
Grad: 10 Zeit: 20 Quelle: eigen W

Aufgabe 12.1.4:

Bringen Sie den folgenden Term auf eine möglichst einfache Form: $\frac{8b + 48a}{8b - 48a} \cdot \frac{12b}{6b + 36a}$.

Parameter:

x_1 = Erste Zahl des Terms

x_2 = Zweite Zahl des Terms, x_1 und x_2 haben keinen gemeinsamen Teiler

x_3 = Dritte Zahl des Terms

x_4 : Die Variablenamen werden abhängig von x_4 permutiert.

Der Term ist von der Form $\frac{x_1 x_{S1} + \{x_1 \cdot x_2\} x_{S2}}{x_1 x_{S1} - \{x_1 \cdot x_2\} x_{S2}} \cdot \frac{\{x_2 \cdot x_3\} x_{S1}}{x_2 x_{S1} + \{x_2 \cdot x_2\} x_{S2}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$, $x_2 = 6$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2$ sowie $x_{s1} = b$ und $x_{s2} = a$.

Erklärung:

Beachten Sie, dass Sie, dass Sie ausklammern und kürzen können. Dies sollte vor dem Ausmultiplizieren geschehen. Beachten Sie weiterhin das Gesetz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Rechnung:

$$\frac{8b + 48a}{8b - 48a} \cdot \frac{12b}{6b + 36a} = \frac{8 \cdot (b + 6a)}{8 \cdot (b - 6a)} \cdot \frac{6 \cdot 2b}{6 \cdot (b + 6a)} = \frac{b + 6a}{b - 6a} \cdot \frac{2b}{b + 6a}$$

$$= \frac{(b+6a) \cdot (2b)}{(b-6a) \cdot (b+6a)} = \frac{2b}{b-6a}$$

Beachten Sie, dass das Ergebnis $\frac{2b^2+12ba}{b^2-36a^2}$ nicht als richtig gilt, weil hier noch gekürzt werden kann. Dies ist aber kaum sichtbar, weil zuerst die binomische Formel angewendet wurde. Die Faustregel sagt aber: Erst kürzen, dann ausmultiplizieren.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------|-----------------------------|----------------------|---------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{2}{36a}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{12b}{6b+36a}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{2}{6a}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{2 \cdot b}{b+6a}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-1 + \frac{2}{36a}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-1 - \frac{2}{36a}$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{2b}{b-6a}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{-2}{36a}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $12a$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-12a$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{2b^2+12ba}{b^2-36a^2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{2b^2-12ba}{b^2-36a^2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{2}{36a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 6) |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{12b}{6b+36a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 12) |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{2}{6a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 10) |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{2 \cdot b}{b+6a}$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 11) |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-1 + \frac{2}{36a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 7) |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-1 - \frac{2}{36a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 8) |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{2b}{b-6a}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{-2}{36a}$ | DF: Falsch gekürzt (FNr 5) |
| <input type="checkbox"/> 9 | $12a$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 14) |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-12a$ | DF: Zu viel gekürzt (FNr 13) |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{2b^2+12ba}{b^2-36a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 2) |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{2b^2-12ba}{b^2-36a^2}$ | DF: Zu früh ausmultipliziert (FNr 3) |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de) .

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.mathe3.de.vu>